华东师大版一课一练·九年级数学
参考答案与提示

第二十四章　相似三角形

24.1　放缩与相似形

1 D　2 B　3 D　4 D　5 相等，成比例　6 $A'C'$，$\angle BCA$　7 50°

8 $1:1$　9 不一定

10 不一定　提示：比如，菱形与正方形

11 图略　12 6 千米

13 $\sqrt{2}:1$　提示：设原来长方形的长为 x，宽为 y，则对折后的长方形的长为 y，宽为$\frac{1}{2}x$. 因为它们相似，所以 $\frac{x}{y}=\frac{y}{\frac{1}{2}x}$，解得 $x:y=\sqrt{2}:1$

24.2(1)　比例线段

1 C　2 B　3 A　4 A　5 $2:5$，$\frac{7}{5}$　6 $\frac{8}{5}$　7 $\frac{27}{17}$　8 $1:\sqrt{2}=2:2\sqrt{2}$（答案不唯一）　9 100　10 $\frac{21}{2}$

11 (1) $a=8$，$b=6$，$c=4$　(2) $4a-3b+c=18$.　提示：用设 k 法. 设 $a=4k$，$b=3k$，$c=2k$，$k\neq 0$　12 10 cm

13 $k=2$ 或 -1　提示：因为 $k=\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}$，所以 $a+b=kc$，$b+c=ka$，$c+a=kb$，三式相加得 $2(a+b+c)=k(a+b+c)$，当 $a+b+c\neq 0$ 时，$k=2$；当 $a+b+c=0$ 时，$a+b=-c$，所以 $k=-1$

24.2(2)　比例线段

1 D　2 B　3 C　4 C　5 25　6 $3:1$ 或 $-2:1$　7 $2\sqrt{3}:1$，$1:\sqrt{3}$

8 ± 6　9 $1:\sqrt{2}$　10 $\frac{BD}{AB}=\frac{BE}{BC}$（答案不唯一）　11 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

12 -2　提示：设 $a=k$，$b=2k$，$c=3k$，$k\neq 0$

13 $\triangle ABC$ 的面积为 150 cm^2，最长边上的高为 12 cm　提示：由 $a:b:c=3:4:5$，得 $\triangle ABC$ 为直角三角形

24.3(1) 三角形一边的平行线

❶ B ❷ A ❸ A ❹ B ❺ $\frac{24}{13}$ ❻ $\frac{5}{2}$ ❼ $\frac{8}{3}$ ❽ $\frac{18}{5}$cm $\frac{12}{5}$cm

❾ $\frac{2}{3}$ ❿ 9 ⓫ (1) $CE=\frac{16}{3}$, $AC=\frac{28}{3}$ (2) $AD=4$

⓬ $\frac{10}{3}$ 提示:设 $DB=AE=x$,再列比例式

⓭ 因为 $DE\parallel BC$,所以 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$;又因为 $EF\parallel DC$,可得 $\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AD}$,即有$\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AD}$,于是有 $AD^2=AB\cdot AF$

24.3(2) 三角形一边的平行线

❶ C ❷ D ❸ C ❹ C ❺ $\frac{3}{2}$ ❻ 10 ❼ 10 ❽ 4 ❾ 2

❿ $\frac{2}{9}$ 提示:过点 E 作 $EO\parallel CD$,交 CA 于 O 点

⓫ $DM=\frac{mn}{m+n}$ ⓬ 15

⓭ 另解:由 $EF\parallel AB$,得$\frac{EF}{AB}=\frac{DF}{DB}$;由 $EF\parallel CD$,得$\frac{EF}{CD}=\frac{BF}{BD}$, $\frac{EF}{AB}+\frac{EF}{CD}=\frac{DF}{DB}+\frac{BF}{BD}=1$,即$\frac{c}{a}+\frac{c}{b}=1$,所以$\frac{1}{c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

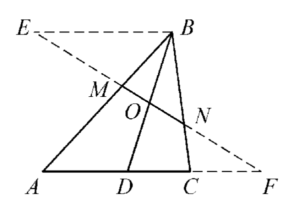
24.3(3) 三角形一边的平行线

❶ D ❷ B ❸ C ❹ C ❺ // ❻ 1∶4 ❼ 10 ❽ 1∶6 ❾ 2

❿ $\frac{15}{4}$ ⓫ 由题意可得,$\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{OD}=\frac{2}{3}$,所以 $AB\parallel CD$,即有 $\angle A=\angle C$

⓬ 延长 AC、BF 交于点 N,由 $BN\perp AF$, $AM\perp AF$,可得$BN\parallel AM$,所以 $\triangle BFC\backsim\triangle MEC$, $\triangle FNC\backsim\triangle EAC$,即$\frac{BF}{ME}=\frac{FC}{CE}$, $\frac{FN}{EA}=\frac{FC}{CE}$,则$\frac{BF}{ME}=\frac{FN}{EA}$. 因为在 Rt$\triangle ABF$ 和 Rt$\triangle ANF$ 中, $\angle BAF=\angle NAF$, $\angle AFB=\angle AFN$, $AF=AF$,所以$\triangle ABF\cong\triangle ANF$,所以 $BF=FN$,即有 $ME=EA$

⓭ 过点 B 作 $BE\parallel AC$ 交 NM 的延长线于 E,延长 MN 交 AC 的延长线为 F,由 $BE\parallel AF$ 得 $AM:BM=AF:BE$, $CN:BN=CF:BE$, $OD:OB=DF:BE$. 由 $AM:BM=3:2$ 得 $AF:BE=3:2$,于是设 $AF=3x$, $BE=2x$,由 $CN:BN=4:5$,得 $CF:BE=4:5$,则可得 $CF=\frac{8}{5}x$, $AC=3x-\frac{8}{5}x=\frac{7}{5}x$. 因为 D 是 AC 的中点,可得 $DC=\frac{7}{10}x$,所以 $DF=\frac{7}{10}x+\frac{8}{5}x=\frac{23}{10}x$.



可推得 $\dfrac{OD}{BO}=\dfrac{DF}{BE}=\dfrac{\frac{23}{10}x}{2x}=\dfrac{23}{20}$

24.3(4)三角形一边的平行线

1 A　2 D　3 C　4 B　5 $\dfrac{5}{3}$　6 9　7 4∶1　8 2∶1　9 15

10 2∶3∶4　11 $\dfrac{15}{2}$

12 $BC=6$　提示：EG 为 $\triangle ABD$ 的中位线，则 $EG=2$，又 $EG:GF=2:3$，所以 $GF=3$. 而 GF 为 $\triangle BDC$ 的中位线，所以 $BC=6$

24.4(1)　相似三角形的判定

1 B　2 D　3 C

4 C　提示：考虑平行和不平行两种情况

5 $\triangle ACB$　6 $\triangle ACB$　7 $\triangle ABE\backsim\triangle ACD$，$\triangle BOD\backsim\triangle COE$　8 6　9 4

10 $\angle ACP=\angle ABC$，$\angle APC=\angle ACB$

11 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$，$\triangle CEF\backsim\triangle CAB$，$\triangle BEF\backsim\triangle BDC$，证明略

12 由于$\triangle ABC$为等边三角形，$\triangle ADE$ 沿 DE 折叠，点 A 恰好落在边 BC 的 F 点上，所以 $\angle A=\angle DFE=60^\circ$，则 $\angle BFD+\angle CFE=120^\circ$. 又因为 $\angle C=60^\circ$ 则 $\angle CEF+\angle CFE=120^\circ$，因此 $\angle BFD=\angle CEF$，又由于 $\angle C=\angle B=60^\circ$，所以 $\triangle DBF\backsim\triangle FCE$

13 先证$\triangle AKE\cong\triangle AKC$，可得 $\angle ACE=\angle AEC$，因为 $AH\perp CE$，$BH\perp AH$ 所以 $EC\parallel BH$，则 $\angle AEC=\angle ABH$，因此$\angle ACE=\angle ABH$，又因为 $\angle AKC=\angle AHB$，所以 $\triangle ABH\backsim\triangle ACK$

24.4(2)　相似三角形的判定

1 B　2 C　3 D　4 D　5 $\dfrac{AC}{AD}$　6 $\dfrac{35}{8}$　7 3，$\dfrac{16}{3}$　8 $2\sqrt{3}$ cm

9 $\dfrac{4}{3}\sqrt{5}$　提示：由 $\triangle ACD\backsim\triangle BCA$，求得 $AC=3\sqrt{5}$，再由 $DE\parallel AC$，求得 $DE=\dfrac{4}{3}\sqrt{5}$

10 (1)　11 $\dfrac{8}{3}$ 或 6

12 由题意可设正方形 $ABCD$ 的边长为 a，经计算可得，$\dfrac{AD}{QC}=\dfrac{DQ}{PC}=\dfrac{AQ}{PQ}=2:1$，所以 $\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$，进而可证明$\triangle ADQ\backsim\triangle AQP$

13 1°若 $\triangle ABC\backsim\triangle PBQ$，即$\dfrac{BC}{BQ}=\dfrac{AB}{BP}$，$\dfrac{16}{4t}=\dfrac{8}{8-2t}$，$t=2$.　2°若$\triangle ABC\backsim\triangle QBP$，即 $\dfrac{AB}{QB}=\dfrac{BC}{BP}$，$\dfrac{8}{4t}=\dfrac{16}{8-2t}$，$t=\dfrac{4}{5}$

24.4(3) 相似三角形的判定

1 A 2 D 3 B 4 A 5 20° 6 $4, 2\sqrt{5}$ 7 4 cm 和 6 cm 8 $\frac{7}{4}$

9 3 10 一定相似，因为$\frac{2}{8}=\frac{5}{20}=\frac{6}{24}$

11 先证$\triangle AED\cong\triangle BFE\cong\triangle CDF$，则 $ED=EF=DF$，因此$\triangle EDF$ 为等边三角形，又因为$\triangle ABC$ 为等边三角形，即有 $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$

12 因为 $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$，所以 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，即可得 $\angle BAC=\angle DAE$，因此 $\angle BAD=\angle CAE$，又因为 $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$，所以$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$，所以 $\triangle ABD\backsim\triangle ACE$，所以，$\angle ABD=\angle ACE$

24.4(4) 相似三角形的判定

1 D 2 A

3 B 提示：根据中间的两个三角形相似，可得 $\frac{a-b}{b-c}=\frac{b}{c}$

4 C 5 8 6 6 7 20° 8 6

9 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 提示：$\triangle BAA_1\backsim\triangle BCC_1$

10 $\triangle EOC$，$\triangle EAB$，$\triangle DAC$

11 设 $BP=x$，1° 若 $\triangle ABP\backsim\triangle PDC$，则$\frac{AB}{PD}=\frac{BP}{DC}$，$\frac{6}{20-x}=\frac{x}{16}$，解得 $x=8$ 或 12. 2°若 $\triangle ABP\backsim\triangle CDP$，则 $\frac{AB}{CD}=\frac{BP}{PD}$，$\frac{6}{16}=\frac{x}{20-x}$，解得 $x=\frac{60}{11}$

12 连结 PM，AM. 先证 $\triangle PMN\backsim\triangle PAM$，即可得 $\angle NMP=\angle PAM$，再证 $\triangle PMN\backsim\triangle MAN$，得$\frac{MN}{AN}=\frac{PN}{MN}$，即有 $MN^2=PN\cdot AN$

13 $\frac{9}{2}$

24.4(5) 相似三角形的判定

1 B 2 B 3 C 4 B 5 相似 6 $\frac{5}{2}$ 7 $2\sqrt{13}$

8 7 或 25 或 32 提示：三角形相似，对应关系没有明确指出，分三种情况讨论

9 $\frac{b^2}{a}$

10 $(0, \pm2)$或$\left(0, \pm\frac{1}{2}\right)$ 提示：点 D 可在 y 轴正半轴、负半轴上

11 因为 BE 为$\angle DBC$ 的角平分线，所以 $\angle DBE=\angle EBC$，又因为 $AB=AE$，则 $\angle ABE=\angle AEB$，而 $\angle ABE=\angle ABD+\angle DBE$，$\angle AEB=\angle C+\angle EBC$，因此$\angle ABD=$

$\angle C$,又因为 $\angle A=\angle A$ 于是得 $\triangle ADB\backsim\triangle ABC$,即有$\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC}$,又因为 $AB=AE$,所以 $\frac{AD}{AE}=\frac{AE}{AC}$,于是有 $AE^2=AD\cdot AC$

12 (1) 因为 BD 和 CE 是$\triangle ABC$ 的两条高,则 $\angle ADB=\angle AEC=90°$,又因为 $\angle EAC=\angle DAB$,则有 $\triangle ABD\backsim\triangle ACE$,可得$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$,即$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$,又因为$\angle EAD=\angle CAB$,所以 $\triangle EAD\backsim\triangle CAB$,则$\frac{AM}{AN}=\frac{BC}{DE}$ (2) 因为 $\triangle EAD\backsim\triangle CAB$,则 $\angle ADE=\angle ABC$,又由于 BD, CE 是$\triangle ABC$ 的两条高,所以 $\angle ADB=\angle AEC=90°$,从而 $\angle ADE+\angle EDB=\angle ABC+\angle ECB$,即有 $\angle EDB=\angle ECB$

13 (1) 在$\triangle ADC$ 和$\triangle EGC$ 中,因为 AD 是 BC 边上的高,$EG\perp AC$,则 $\angle ADC=\angle EGC$,$\angle C=\angle C$,所以 $\triangle ADC\backsim\triangle EGC$,即有$\frac{EG}{AD}=\frac{CG}{CD}$ (2) 在四边形 $AFEG$ 中,由 $\angle FAG=\angle AFE=\angle AGE=90°$,可得四边形 $AFEG$ 为矩形,即有 $AF=EG$. 因为$\frac{EG}{AD}=\frac{CG}{CD}$,所以 $\frac{AF}{AD}=\frac{CG}{CD}$. 而 AD 是 BC 边上的高,故 $AD\perp BC$. 所以 $\angle FAD=\angle C$. 所以 $\triangle AFD\backsim\triangle CGD$. 所以 $\angle ADF=\angle CDG$. 因为 $\angle CDG+\angle ADG=90°$,则$\angle ADF+\angle ADG=90°$,即 $\angle FDG=90°$,所以 $FD\perp DG$ (3) 当 $AB=AC$ 时,$\triangle FDG$ 为等腰直角三角形. 因为 $AB=AC$,$\angle BAC=90°$,则 $\angle B=\angle C=45°$,因为 $AD\perp BC$,则 $\angle DAC=\angle C$,则 $AD=DC$. 由于 $\triangle AFD\backsim\triangle CGD$,则$\frac{FD}{GD}=\frac{AD}{DC}=1$. 所以 $FD=DG$. 因为 $\angle FDG=90°$,所以$\triangle FDG$ 为等腰直角三角形

24.5(1) 相似三角形的性质

1 B

2 C 提示:考虑不同的相似对应关系

3 D 4 D 5 1∶4, 1∶4 6 6 7 4.4 m

8 边上的高 对应边上的中线 对应边上的角平分线 9 110° 10 12 cm 16 cm

11 因为 $MH\parallel AB$,所以$\frac{MH}{AB}=\frac{HD}{BD}$,又 $MH\parallel CD$,所以$\frac{MH}{CD}=\frac{BH}{BD}$,所以$\frac{MH}{AB}+\frac{MH}{CD}=\frac{HD}{BD}+\frac{BH}{BD}=1$,所以 $MH=\frac{AB\cdot CD}{AB+CD}=\frac{10\times15}{10+15}=6(\text{m})$

12 (1) 两个角对应相等即可获证 (2) 由(1)得 $\frac{AO}{DO}=\frac{AB}{CD}$,即$\frac{2}{3}=\frac{AB}{5}$,可得 $AB=\frac{10}{3}$

13 (1) 由已知得 $\angle DBC=36°$,$\angle BDC=72°=\angle C$,即可得$\triangle ABC\backsim\triangle BCD$ (2) 由(1)得 $\frac{AC}{BC}=\frac{BC}{CD}$,$BC^2=CD\cdot CA$

24.5(2) 相似三角形的性质

1 D 2 D 3 D 4 B 5 18 平方厘米和 27 平方厘米 6 $\frac{3}{7}$ $\frac{9}{49}$

7 100 $\sqrt{10}$ 8 相似比,相似比的平方 9 $\frac{24}{5}$ 10 (1) 80 cm, 40 cm (2) 560 cm^2, 140 cm^2 11 48 cm 12 $\frac{16}{5}$

13 由平行得 $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$,又$\frac{AD}{BD}=\frac{5}{9}$, $AB=14$ cm. $\frac{AD}{AB}=\frac{5}{14}$, $AD=5$ cm, $BD=9$ cm. 由 $CD\perp AB$, $CD=12$ cm,得 $S_{\triangle ABC}=84\ cm^2$, $BC=15$ cm, $AC=13$ cm. $\triangle ABC$ 的周长=42 cm. 由题意得, $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,三角形的面积比=$\frac{25}{196}$. 则周长比=线段比=$\frac{5}{14}$, $S_{\triangle ADE}=\frac{75}{7}\ cm^2$,周长=15 cm

24.5(3) 相似三角形的性质

1 D 2 B 3 C 4 D 5 $\frac{9}{16}$ 6 72 7 2 8 6 9 3 10 144

11 可证 $Rt\triangle ACD\backsim Rt\triangle BCD\backsim Rt\triangle ABC$,可由相似比算出 $DC=2\sqrt{5}$. $AB=9$. 同理 $BC=3\sqrt{5}$

12 120

13 (1) 4 (2) $12-6\sqrt{3}$ 提示:设正方形的边长为 x,由相似可得 $x=3-\sqrt{3}$,所以正方形的面积为 $12-6\sqrt{3}$

24.5(4) 相似三角形的性质

1 A 2 D

3 B 提示:连结 BE. 高相等的三角形,面积之比等于底之比

4 C 5 $\triangle ACB$ 6 $\triangle ABC$

7 3.75 提示:根据三角形相似的性质求梯形的上底长和下底长

8 6 9 4∶21 10 $\frac{144}{49}$

11 易知, $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$, $\frac{6}{15}=\frac{10}{DF}$,可得 $DF=25$,由 $\frac{AB}{DE}=\frac{BF+FC}{CE+FC}$, $\frac{6}{15}=\frac{2+FC}{8+FC}$,可得 $FC=2$

12 (1) $\angle DEF+\angle FEC=\angle BDE+\angle B\Rightarrow\angle FEC=\angle BDE$,又易证 $\angle B=\angle C$,所以 $\triangle FCE\backsim\triangle EBD$ (2) 因为 $\triangle FCE\backsim\triangle EBD$, $S_{\triangle FCE}=4S_{\triangle EBD}$,所以 $FC=2EB$, $EC=2DB$. 设 $BD=x$,则 $BE=\frac{5}{3}x$, $EC=6-\frac{5}{3}x$,所以 $6-\frac{5}{3}x=2x$,解得 $x=\frac{18}{11}$,则 $BE=\frac{5}{3}x=\frac{30}{11}$, $FC=2EB=\frac{60}{11}>5$,所以点 F 不在 AC 上,所以没有可能

13 48 毫米 提示:由 $\triangle APN\backsim\triangle ABC$,可得$\frac{AE}{AD}=\frac{PN}{BC}$

24.6(1) 实数与向量相乘

❶ C ❷ D ❸ C ❹ D ❺ $\vec{0}$ ❻ $6\vec{a}$ ❼ $-\frac{1}{5}\vec{c}$ ❽ $m\vec{a}+n\vec{b}$

❾ 6 个;$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{CA}$、$\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{CB}$ ❿ $m=0$ 或 $n=0$ 或 $\vec{a}=\vec{0}$

⓫ 在平面内任取一点 O,作$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$,在射线 OA 上取 $OB=\frac{4}{3}OA$,则 $\overrightarrow{OB}=\frac{4}{3}\vec{a}$

⓬ 过 B 作 AD 的平行线,交 EF 于 G,交 DC 于 H,易证得四边形 $ABHD$ 是平行四边形. 因为 $EF\parallel DC$,所以 $AB=FG=DH$. 因为$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{FE}$、$\overrightarrow{DC}$ 是同方向的向量,又因为 $5AB=3CD$,所以$\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{AB}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DC}$. 在$\triangle BCH$ 中,$GE\parallel HC$, $\frac{GE}{HC}=\frac{BE}{BC}$, $BE:EC=1:2$,所以 $BE:BC=1:3$,所以 $GE=\frac{1}{3}HC$, $HC=\frac{2}{5}DC$, $GE=\frac{2}{15}DC$. $\overrightarrow{GE}=\frac{2}{15}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GE}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DC}+\frac{2}{15}\overrightarrow{DC}=\frac{11}{15}\overrightarrow{DC}$

⓭ 在平面内任取一点 O,作射线 OM 与 $\vec{b}$ 同向,取 $OC=\sqrt{5}\,|\vec{b}|$,则$\overrightarrow{OC}=\sqrt{5}\vec{b}$,作射线 CN 与 $\vec{a}$ 反向,取 $CD=\frac{2}{3}|\vec{a}|$,则$\overrightarrow{CD}=-\frac{2}{3}\vec{a}$. 连结 OD,向量$\overrightarrow{OD}$ 就是所要求作的$\sqrt{5}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$

24.6(2) 实数与向量相乘

❶ D ❷ C ❸ B ❹ D ❺ $60\vec{a}$ 结合 ❻ $5\vec{a}+5\vec{b}$ 分配 ❼ $\frac{13}{4}\vec{b}$ 结合

❽ $(m-n)\vec{a}$ ❾ $-14\vec{a}+\frac{17}{2}\vec{b}$ ❿ $3\vec{a}+2\vec{b}+6\vec{c}$ ⓫ $\vec{x}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{11}{6}\vec{b}$

⓬ 作 $\overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=-\vec{b}$,则$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}(2\vec{a}-3\vec{b})$

⓭ $(m-n)(2\vec{a}-3\vec{x})=4\vec{b}$, $(2m-2n)\vec{a}-3(m-n)\vec{x}=4\vec{b}$, $3(m-n)\vec{x}=(2m-2n)\vec{a}-4\vec{b}$, 因为 $m\neq n$,所以 $\vec{x}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{4}{3(m-n)}\vec{b}$

24.6(3) 实数与向量相乘

❶ C ❷ C ❸ A ❹ A ❺ 平行 ❻ $AB\parallel CD$ 或在同一直线上, $AB=\frac{3}{2}CD$ ❼ $|\vec{a}|=k|\vec{b}|$ ❽ $-\frac{1}{k}\vec{a}$ ❾ 8 ❿ 反向

⓫ 因为 $\vec{a}+2\vec{b}=3\vec{c}$,所以 $\vec{a}=-2\vec{b}+3\vec{c}$,因为 $\vec{b}+\frac{20}{3}\vec{c}=2\vec{a}$,所以 $\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{10}{3}\vec{c}$, $-2\vec{b}+3\vec{c}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{10}{3}\vec{c}$, $\vec{b}=-\frac{2}{15}\vec{c}$,即 $\vec{b}\parallel\vec{c}$,且反向平行

⓬ 由 $AD\parallel EF\parallel BC$,可得 $\overrightarrow{AD}\parallel\overrightarrow{EF}\parallel\overrightarrow{BC}$, $EF=\frac{AD+BC}{2}=\frac{9}{2}$, $\overrightarrow{CB}$与 $\vec{a}$ 反向,$\overrightarrow{EF}$与 $\vec{a}$ 同向, $|\vec{a}|=3$, $|\overrightarrow{CB}|=6$, $|\overrightarrow{EF}|=\frac{9}{2}$. $|\overrightarrow{CB}|=2|\vec{a}|$, $|\overrightarrow{EF}|=\frac{3}{2}|\vec{a}|$,所

一课一练 Yikeyilian

以$\overrightarrow{CB}=-2\vec{a}$，$\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\vec{a}$. 过点 D 作 $DG\perp CB$ 于 G，易证得四边形 $ABGD$ 是矩形，$AB=DG$，$BG=GC=AD$，$\overrightarrow{GC}$与$\vec{a}$同向，所以$\overrightarrow{GC}=\vec{a}$，又$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{DG}$与$\overrightarrow{AB}$同向，所以$\overrightarrow{DG}=\vec{b}$，得$\overrightarrow{DC}=\vec{a}+\vec{b}$

13 （1）$\overrightarrow{AB}=4\vec{a}$，$\overrightarrow{DC}=4\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=2\vec{b}$　（2）$8\vec{a}+4\vec{b}$　（3）$\overrightarrow{HE}=2\vec{a}-\vec{b}$，$\overrightarrow{EF}=2\vec{a}+\vec{b}$

24.7(1)　向量的线性运算

1 D　2 A　3 C　4 D　5 $\vec{a}+\vec{b}$　$\vec{a}-\vec{b}$　6 $\vec{a}-\vec{b}$　$\vec{a}+\vec{b}$　7 $\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$

8 $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　9 $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　10 $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$　11 $\vec{a}-2\vec{b}$，作图略

12 （1）$\overrightarrow{AD}=-6\vec{a}$　（2）四边形 $ABCD$ 是梯形

13 因为 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}$，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}$，又$\overrightarrow{EA}=-\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{CF}$，所以$2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$

24.7(2)　向量的线性运算

1 B　2 B　3 B　4 B　5 $\frac{1}{2}\vec{a}$ 和$-\vec{b}$　6 $\frac{4}{7}\vec{a}-\frac{4}{7}\vec{b}$　7 $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$，$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　8 $-\frac{1}{3}\vec{a}$ 和$\frac{2}{3}\vec{b}$

9 $\frac{17}{8}\vec{b}-\frac{17}{8}\vec{a}$　提示：过点 A 作 $AN\parallel DC$ 交 EF 于 M，交 BC 于 N

10 $\vec{0}$　11 以$\vec{a}$、$\vec{b}$为邻边构造平行四边形　12 $\overrightarrow{FD}=\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}$，$\overrightarrow{FC}=\frac{1}{5}\vec{b}-\frac{1}{5}\vec{a}$

13 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\vec{a}+\vec{b}$

单元测试二十四

1 A　2 B　3 C　4 B　5 C　6 C　7 D　8 C　9 $\triangle ACE$

10 1800　11 4∶5　16∶25　12 3∶4　13 14　14 27

15 5　提示：$\triangle ABC$ 的最长边 $AC=\sqrt{10}$，整个正方形的对角线长为 $5\sqrt{2}$

16 0.81π 平方米　17 （1）$CD^2=AC\cdot DB$　（2）120

18 先证$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$，可得 $AE:AD=AC:AB$，加上 $\angle A=\angle A$，可证 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，得 $\angle AED=\angle ACB$

19 400

20 $\angle BAE=\angle BDC$，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$，$\angle ABE=\angle DBC$，可证得结论

21 $y=-0.8x+8(0<x<10)$

22 （1）由已知得 $OA=\sqrt{8^2+6^2}=10$，当 $PQ\parallel AB$ 时，$\frac{OP}{OA}=\frac{OQ}{OB}$，则$\frac{t}{10}=\frac{16-2t}{16}$，得$t=\frac{40}{9}$　（2）过 P 作 $PC\perp OB$，垂足为 C，过 A 作 $AD\perp OB$，垂足为 D，$\frac{PC}{AD}=\frac{OP}{OA}$，$\frac{PC}{6}=$

$\frac{t}{10}$,则 $PC=\frac{3}{5}t$, $y=\frac{1}{2}OQ\cdot PC=\frac{1}{2}(16-2t)\cdot\frac{3}{5}t=-\frac{3}{5}t^2+\frac{24}{5}t$, $0<t<8$ (3) 能相似. i) 当 $PQ\parallel AB$ 时,$\triangle OPQ\backsim\triangle OAB$, $t=\frac{40}{9}$,则 $OP=\frac{40}{9}$,由于$\frac{PC}{AD}=\frac{OP}{OA}=\frac{OC}{OD}$,其中 $AD=6$, $OA=10$, $OD=8$,因此$OC=\frac{32}{9}$, $PC=\frac{8}{3}$,故 P 点坐标是$\left(\frac{32}{9},\frac{8}{3}\right)$. ii) 当$\frac{OP}{OB}=\frac{OQ}{OA}$时,$\triangle POQ\backsim\triangle BOA$,则$\frac{t}{16}=\frac{16-2t}{10}$,解得 $t=\frac{128}{21}$,得 $OP=\frac{128}{21}$. 此时 P 点坐标为$\left(\frac{512}{105},\frac{128}{35}\right)$. 综上,$P$ 点坐标为$\left(\frac{32}{9},\frac{8}{3}\right)$或$\left(\frac{512}{105},\frac{128}{35}\right)$

第二十五章　锐角的三角比

25.1(1)　锐角的三角比的意义

1 A　2 C　3 B　4 C　5 $\tan A$　6 $\frac{12}{5}$　7 $2\sqrt{34}$　8 $\frac{1}{2}$　9 150

10 9　11 $\tan B=\frac{\sqrt{2}}{4}$　12 $\cot B=\cot\angle ACD=\frac{3}{4}$

13 过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q,在 $\text{Rt}\triangle POQ$ 中,$\tan\alpha=\frac{PQ}{OQ}=\sqrt{2}$, $OQ=2$,所以 $PQ=2\sqrt{2}$,从而 $OP=2\sqrt{3}$

14 过点 D 作 $DE\perp BC$ 于 E,由题意得,$DE=4$, $EC=3$, $BE=AD=3$,所以 $BC=6$, $\tan C=\frac{4}{3}$

25.1(2)　锐角的三角比的意义

1 A　2 D　3 A　4 B　5 $\cos A$　6 $\frac{12}{13}$　7 $\frac{4}{5}$　8 $\frac{4}{5}$

9 $1-\cos A$　10 $10\cos 55^\circ$　11 $\tan\alpha=2$, $\cot\alpha=\frac{1}{2}$,$\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$

12 $\frac{3}{2}$　13 $\triangle ABC$ 的周长为 60,AB 上的高为$\frac{120}{13}$

14 在$\triangle ACD$ 中,$\sin\angle ADC=\frac{AC}{AD}=\frac{4}{5}$,则 $CD=3$, $BC=8$,由勾股定理得 $AB=4\sqrt{5}$,在$\triangle ABC$ 中,$\cos\angle ABC=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

25.2(1)　求锐角的三角比的值

1 A　2 C　3 C　4 $\frac{1}{2}$　5 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　6 15°　7 30°　8 75°　9 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10 $\sqrt{3}$　11 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　12 $\frac{5}{6}$

⑬ 在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$\angle B=75°$，则$\angle C=45°$，所以$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑭ $AB=8\sqrt{3}$

25.2(2) 求锐角的三角比的值

① C ② B ③ B ④ (1) 0.4067 (2) 0.6197 (3) 2.8006 (4) 0.3640

⑤ (1) $14°20'$ (2) $65°19'$ (3) $10°42'$ (4) $35°59'$ ⑥ 1 ⑦ $\cos 60°<\sin 61°<\tan 61°$

⑧ 3.93 ⑨ 1 ⑩ 在$Rt\triangle ABC$中，$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{3}$，所以$\angle B=53°7'$

⑪ (1) 对于锐角α，当角度增大时，$\sin\alpha$、$\tan\alpha$的值随着增大，$\cos\alpha$的值随着减小 (2) 当$0°<\alpha<45°$时，$\sin\alpha<\cos\alpha$； 当$45°<\alpha<90°$时，$\sin\alpha>\cos\alpha$

⑫ 设$BC=k$，$AC=\sqrt{3}k$，$BA=AD=2k$，所以$\angle D$的正切值为$2-\sqrt{3}$，余切值为$2+\sqrt{3}$

25.3(1) 解直角三角形

① C ② A ③ D ④ C ⑤ 13 ⑥ $5\cos\alpha$ ⑦ $2\sqrt{6}$ ⑧ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑨ $\frac{3}{5}$

⑩ $4\sqrt{5}$ 提示：过点C作$CD\perp BB'$，$\cos\angle CB'B=\cos A=\frac{2}{3}$

⑪ 过点B作$BD\perp AC$于点D，$BD=AB\sin 60°=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

⑫ $\angle A=30°$，$\angle B=60°$，$BC=5$，$AC=5\sqrt{3}$ ⑬ $\angle B=30°$，$a=30$，$c=20\sqrt{3}$

⑭ (1) 过点A作$AD\perp BC$于点D，$AD=6$，$\triangle ABC$的面积为27 (2) 在$Rt\triangle ADC$中，$AC=3\sqrt{5}$，$\cos C=\frac{DC}{AC}=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

25.3(2) 解直角三角形

① B ② A ③ A ④ C ⑤ $\frac{5}{12}$ ⑥ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑦ 6或$12-2\sqrt{6}$ ⑧ $2\sqrt{7}$

⑨ $\sqrt{2}$ ⑩ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑪ $CD=3$

⑫ 在$Rt\triangle ACD$中，$\angle CAD=30°$，$\angle DAB=30°$，则$\angle B=30°$，$BC=12\sqrt{3}$，$AB=24$

⑬ 在$Rt\triangle ABC$中，$AC=15$，$\cos A=\frac{3}{5}$，所以$AB=9$，$BC=12$，由勾股定理得，$DC=16$，所以$S_{四边形ACDB}=150$

⑭ 过点D作$DE\perp AB$于点E，由题意得，$DC=5$，在$Rt\triangle ABC$中，$\sin B=\frac{5}{13}$，$BC=12$，所以$BD=7$. 在$Rt\triangle BDE$中，$DE=\frac{35}{13}$，$BE=\frac{84}{13}$，则$AE=\frac{85}{13}$，所以$\tan\angle BAD=$

$\frac{DE}{AE}=\frac{7}{17}$

25.4(1)　解直角三角形的应用

❶ A　❷ A　❸ B　❹ 仰角　俯角　❺ $20\tan\alpha+20\tan\beta$　❻ 30　❼ 10　❽ 95

❾ $CE=CD+DE=20\sin 60^\circ+1.5=17.32+1.5=18.82\approx 18.8$ 米，此时风筝离地面高度约为 18.8 米

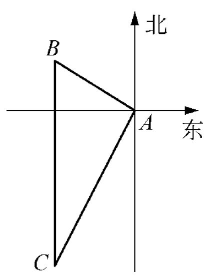
❿ $60\tan 45^\circ+60\tan 37^\circ=60+45.21\approx 105.2$，该大厦的高度约为 105.2 米

⓫ 过点 C 作 $CE\,/\!/\,DA$ 交 AB 于点 E，得到四边形 $AECD$ 是平行四边形，所以 $AE=DC=200$，$EB=AB-AE=300$，因为 $\angle CEB=\angle DAB=30^\circ$，又 $\angle CBF=60^\circ$，所以 $\angle ECB=30^\circ$，所以 $CB=EB=300$，在 $\mathrm{Rt}\triangle CBF$ 中，$CF=CB\cdot\sin\angle CBF=300\cdot\sin 60^\circ=150\sqrt{3}$. 即世博园段黄浦江的宽度为 $150\sqrt{3}\,\mathrm{m}$

25.4(2)　解直角三角形的应用

❶ B　❷ C　❸ D　❹ 南偏西 35°　❺ 30　❻ 没有　❼ $250\sqrt{3}$

❽ $100\sqrt{3}$ m　提示：如图.



❾ 过点 P 作 $PC\perp AB$ 于 C，20 分钟 $=\frac{1}{3}$ 小时，$AB=3$ 海里. 设 $PC=BC=x$，则 $AC=\sqrt{3}x$，因为 $AC-BC=AB$，所以 $\sqrt{3}x-x=3$，$x=\frac{3}{\sqrt{3}-1}=4.098>3$，所以无触礁危险

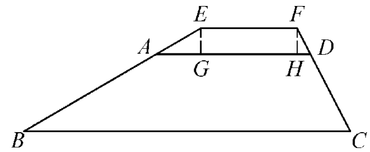
❿ (1) 过 B 作 $BF\perp CE$ 于 F，在 $\triangle ADE$ 中，$AE=4$，$DE=2\sqrt{3}$，在 $\triangle BEF$ 中，$BE=6$，$BF=3$，$EF=3\sqrt{3}$　(2) 在 $\triangle BFC$ 中，$\tan\angle FBC=\frac{CF}{BF}$，所以 $CF=3\times\tan 76^\circ\approx 12.03$，$DF=5\sqrt{3}$，$CD=12.03-5\sqrt{3}\approx 3.38$，$v=\frac{3.38}{5\times\frac{1}{60}}=40.56\approx 40.6$ km/h，所以该轮船航行的速度为每小时 40.6 千米

25.4(3)　解直角三角形的应用

❶ A　❷ D　❸ C　❹ 坡比，$i=h:L$　❺ $6\sqrt{10}$　❻ 3　❼ 30°

❽ $30\sqrt{10}$　❾ $2\sqrt{10}$　❿ $6\sqrt{5}$　⓫ $\alpha=30^\circ$，坝底 AD 为 $29+23\sqrt{3}$

⑫ $2-\frac{\sqrt{3}}{3}$米　提示：如图，$EG=FH=1$，$i=\frac{EG}{AG}=\frac{1}{2}$，则$AG=2$，所以 $DH=\cot 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以坝宽为$\left(2-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$米



⑬ (1) 25 米　提示：过点 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，$i=1:\sqrt{3}$，所以$\angle DBE=30^\circ$，所以小山的高度 DE 为 25(米)　(2) 43.3 米　提示：由题意 $BD=AD=50$，所以铁架的高度为 $50\sin 60^\circ=25\sqrt{3}\approx 43.3$(米)

25.4(4)　解直角三角形的应用

① D　② B　③ C　④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　⑤ 30　200　⑥ $\frac{4}{5}$　⑦ 30　⑧ $500\cos 55^\circ$

⑨ $2a+\sqrt{2}b$　⑩ 25

⑪ 过点 A 和 D 分别作 $AE\perp BC$，$DF\perp BC$，设 $AE=DF=x$，得 $BE=x$，$CF=x\cot 67.4^\circ$，所以 $x+x\cot 67.4^\circ+40=125$，解得 $x=60$，所以梯形高为 60 cm

⑫ 由题意得，$\triangle AEF$ 相似于$\triangle DFC$，$\angle AFE=\angle DCF$，$\tan\angle AFE=\tan\angle DCF=\frac{3}{4}$

⑬ $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

⑭ (1) $CD=5$　(2) $AD=5\cot 15^\circ$，$BD=10$，$AB=AD-BD=8.66\approx 8.7$

单元测试二十五

① D　② C　③ C　④ D　⑤ B　⑥ B　⑦ $\sqrt{3}-1$　⑧ $a\cos\beta$　⑨ $\frac{4}{5}$

⑩ 120°　⑪ $\sqrt{3}$　⑫ $\frac{2}{3}$　⑬ $\frac{3}{4}$　⑭ 2　⑮ $30\sqrt{3}+30$　⑯ 13　⑰ 15°

⑱ $\frac{4}{5}$　⑲ $\sqrt{3}+5$　⑳ 15

㉑ (1) 图略　(2) 过点 C 作 $CD\perp AB$ 于 D.　设 CD 为 x km，则 BD 为 x km，AD 为 $\sqrt{3}x$ km，则有 $x+\sqrt{3}x=2\Rightarrow x=\sqrt{3}-1\approx 0.7321>0.7$，即这条公路不会穿过公园

㉒ 过点 B 作 $BF\perp CE$ 于 F，过点 B 作 $BH\perp AE$ 于 H，由题意得，$BH=EF=5$，$AH=5\sqrt{3}$，$EH=BF=CF=5\sqrt{3}+15$，$DE=15\sqrt{3}$，所以 $CD=CF+FE-DE=20-10\sqrt{3}\approx 2.7$ 米

㉓ 过点 B 作 $BE\perp AC$ 于点 E，延长DG 交 CA 于点 H，迎水坡的坡度 $i=4:3$，$AE=6$，$BE=GH=8$，$AH=7$，在 $\mathrm{Rt}\triangle CDH$ 中，$CH=DH\cot 30^\circ=9.5\times\sqrt{3}\approx 16.4$，所以 $CA=9.4$

第二十六章　二次函数

26.1　二次函数的概念

1 B　2 C　3 D　4 D　5 $y=ax^2+bx+c$(a、b、c 为常数，$a\neq 0$)

6 一切实数　7 $m\neq -1$ 且 $m\neq 3$　8 $24x$　$6x^2$　$8x+24$　$V=6x^2$

9 $S=-x^2+30x(0<x<30)$

10 $(-1,\ 3)$　提示：由 $y=x^2-(2-m)x+m$ 得到 $y=(x+1)m+x^2-2x$

11 (1) $-4x+24$　$-4x^2+24x$　(2) 二次函数　$0<x<6$　(3) $32\ \text{m}^2$　$36\ \text{m}^2$　$32\ \text{m}^2$　$20\ \text{m}^2$　3

12 $S=S_{ABCD}-S_{\triangle EGD}-S_{\triangle EFA}-S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}\times(3+6)\times 4-\frac{1}{2}x(4-x)-\frac{1}{2}x(6-x)-\frac{1}{2}\times 4x=x^2-7x+18$，因为$\begin{cases}x>0\\3-x>0\\4-x>0\\6-x>0\end{cases}$，所以 $0<x<3$，故 $S=x^2-7x+18(0<x<3)$

13 $y=-100x^2+100x+200(0\leqslant x\leqslant 2)$

14 (1) 过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，则有 $AD=3\sqrt{2}\times\sin 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$. 设 $\triangle MNC$ 的 MN 边上的高为 h，因为 $MN\ /\!/\ BC$，所以 $\frac{x}{4}=\frac{3-h}{3}$. 可得 $h=\frac{12-3x}{4}$，所以 $S=\frac{1}{2}MN\cdot h=\frac{1}{2}x\cdot\frac{12-3x}{4}=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{2}x$，即 $S=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{2}x(0<x<4)$　(2) 若存在这样的线段 MN，使 $S_{\triangle MNC}=2$，则关于 x 的方程 $-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{2}x=2$ 必有实根，即 $3x^2-12x+16=0$ 必有实根. 而 $\Delta=(-12)^2-4\times 3\times 16=-48<0$，此方程无实根，所以不存在这样的线段 MN

26.2(1)　特殊二次函数的图像

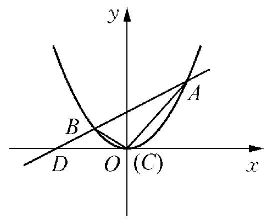
1 D　2 C　3 A　4 C　5 -1　6 1　7 y 轴　$(0,\ 0)$　8 $a<0$

9 $\frac{3}{2}$　4　四　三、四　10 　4　$(2,\ -4)$　$(2,\ 4)$　点 C　11 $a=3$，当 $y=4$ 时，$x=\pm\frac{2}{3}\sqrt{3}$

12 根据抛物线的对称性，可以断定该抛物线经过点 A'，由 $y=2>0$ 知抛物线开口向上，以原点为顶点，所以不经过点 B

13 (1) $a=-1$，$b=-1$　(2) 开口方向向下，对称轴是 y 轴，顶点坐标是$(0,\ 0)$　(3) 图略

⑭ (1) 设 A 点坐标为$(3,\ m)$，B 点坐标为$(-1,\ n)$. 因为 A、B 两点在 $y=\frac{1}{3}x^2$ 的图像上，所以 $m=\frac{1}{3}\times 9=3$，$n=\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}$. 所以 $A(3,\ 3)$，$B\left(-1,\ \frac{1}{3}\right)$. 因为 A、B 两点又在 $y=ax+b$ 的图像上，所以$\begin{cases}3=3a+b,\\ \frac{1}{3}=-a+b.\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\frac{2}{3},\\ b=1.\end{cases}$则一次函数的表达式是 $y=\frac{2}{3}x+1$ (2) 如图，设直线 AB 与 x 轴的交点为 D，则 D 点坐标为 $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$，所以 $|DC|=\frac{3}{2}$. $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADC}-S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 3-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=2$



第 14 题图

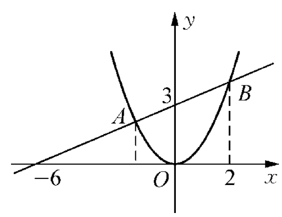
26.2(2) 特殊二次函数的图像

① C ② A ③ B ④ D ⑤ 向下 y 轴 $(0,\ -3)$ 0 大 -3 ⑥ y 轴向上 4 个单位 y 轴向下 4 个单位 ⑦ ① $=0$ 1 ⑧ $a<-\frac{1}{2}$ ⑨ c ⑩ 2 1

⑪ 把 A 点坐标代入 $y=ax^2-2$ 得 $a=\frac{11}{9}$，开口方向向上，对称轴 y 轴，顶点坐标$(0,\ -2)$

⑫ (1) $a=5$，$b=6$ (2) 两交点坐标为$(1,\ 6)$、$\left(-\frac{4}{5},\ \frac{21}{5}\right)$，面积为 3.6

⑬ 在同一坐标系中如图所示，画出函数 $y=x^2$ 的图像，画出函数 $y=\frac{1}{2}x+3$ 的图像，这两个图像的交点为 A、B，则交点 A、B 的横坐标 $-\frac{3}{2}$ 和 2 就是方程 $x^2=\frac{1}{2}x+3$ 的解



第 13 题图

⑭ $A(-1,\ a)$，$B(2,\ 4a)$，因为 $OA^2=1+a^2$，$OB^2=4+16a^2$，$AB^2=9+9a^2$. 若 $\triangle ABO$ 为直角三角形，则有三种情况：① 当 $OA^2=OB^2+AB^2$ 时，无实数根；② 当 $OB^2=OA^2+AB^2$ 时，由 $a>0$，得 $a=1$；③ 当 $AB^2=OA^2+OB^2$ 时，由 $a>0$，得 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 综上所述，当 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 1 时 $\triangle ABO$ 为直角三角形

26.2(3) 特殊二次函数的图像

① C ② C ③ A ④ 向下 y 轴 ⑤ $(-3,\ 0)$ ⑥ $(0,\ 3)$ ⑦ 右 2 $(2,\ 0)$ 直线 $x=2$ ⑧ 开口方向 对称轴、顶点坐标 ⑨ $x<-2$ $x>-2$

⑩ $y=-\frac{5}{4}x^2$

⑪ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$ 开口向下 $(-2,\ 0)$ 直线 $x=-2$ $y=-\frac{1}{2}x^2-2$ 开口向下 $(0,\ -2)$ y 轴

⑫ $y=2(x+1)^2$ $(0,\ 2)$

⑬ (1) $y=-(x+1)^2$ (2) y 随 x 的增大而减小 (3) 当 $x=-1$ 时,函数有最大值 0

⑭ 根据题意可知抛物线 $y=(x-2)^2$ 的顶点 C 的坐标为(2, 0),由 $\begin{cases} y=2x+4, \\ y=(x-2)^2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=4, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=16 \end{cases}$. 不妨设 $A(6, 16)$, $B(0, 4)$. 画得大致图像. 过 A 作 $AD \perp x$ 轴,垂足为 D,则 $S_{\triangle ABC}=S_{梯形ABOD}-S_{\triangle ACD}-S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}(OB+AD)\cdot OD-\frac{1}{2}OC\cdot OB-\frac{1}{2}CD\cdot AD=\frac{1}{2}(4+16)\times 6-\frac{1}{2}\times 2\times 4-\frac{1}{2}\times 4\times 16=24$

26.3(1) 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

① B ② A ③ C ④ B ⑤ $y=2(x-3)^2-2$ ⑥ $y=2x^2$ ⑦ $y=-x^2$ 等(答案不唯一) ⑧ 2 ⑨ (7, 0) ⑩ ① x^2-2x ② 3 或 -1

⑪ 将抛物线(1)向右平移一个单位,向下平移一个单位可得到 $y=x^2$ 的图像;将抛物线(2)向左平移一个单位,向上平移一个单位可得到 $y=x^2$ 的图像;将抛物线(3)向下平移一个单位,可得到 $y=x^2$ 的图像;将抛物线(4)向上平移一个单位,可得到 $y=x^2$ 的图像

⑫ 设此二次函数的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$,因为其图像经过点$(-2, -5)$,即有 $a(-2-1)^2+4=-5$,解得 $a=-1$,于是,$y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$

⑬ $y=\frac{3}{4}x^2-3$

⑭ 把抛物线 $y=-3(x-1)^2$ 向上平移 k 个单位,所得的抛物线为 $y=-3(x-1)^2+k$. 当 $y=0$,即有 $-3x^2+6x-3+k=0$,因为 $x_1+x_2=2$, $x_1\cdot x_2=\frac{-3+k}{-3}$,所以 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4+\frac{2k-6}{3}=\frac{26}{9}$,解得 $k=\frac{4}{3}$

26.3(2) 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

① D ② C ③ A ④ (1, 5) ⑤ 右 1 上 3 ⑥ $-\frac{4}{9}$ ⑦ $y=2x^2-4x+5$ ⑧ $y=-(x+2)^2-3$

⑨ (1) 顶点坐标$(-1, 3)$,开口方向向上,对称轴是直线 $x=-1$,图略 (2) 顶点坐标(5, 2),开口方向向下,对称轴是直线 $x=5$

⑩ $y=2(x-2)^2+1$ 或 $y=-2(x-2)^2+1$ ⑪ $a=2$, $h=-4$ ⑫ $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+10$

⑬ (1) $y=-(x-1)^2+4$ (2) $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,可得四边形 $ABDC$ 面积为 9

26.3(3) 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

① D ② A ③ D ④ B ⑤ $(-m, n)$ ⑥ $y=\frac{1}{2}(x-6)^2+3$ ⑦ 1 大

4 ❽ -1 ❾ 1 $-\dfrac{7}{2}$ $(1+\sqrt{7}, 0)$ $(1-\sqrt{7}, 0)$ ❿ $(-4, -4)$

⓫ $y=-2(x-1)^2+8$ 开口方向向下 对称轴为直线 $x=1$ 顶点坐标为(1, 8) 图略

⓬ (1) $A(2, -1)$ $B(0, 1)$ (2) $C(2+\sqrt{2}, 0)$ $D(2-\sqrt{2}, 0)$ (3) $\sqrt{2}$

⓭ (1) 点 A 的坐标是(3, 0),点 B 的坐标是(0, -3) (2) 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像经过点 A、B,$\begin{cases}0=9+3b+c,\\-3=c,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=-2,\\c=-3,\end{cases}$所以二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的解析式是 $y=x^2-2x-3$,$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,即有函数 $y=x^2-2x-3$ 的最小值为 -4

26.3(4) 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

❶ D ❷ C ❸ B ❹ D ❺ -3 ❻ 16 35 ❼ 直线 $x=\dfrac{5}{2}$ ❽ 0

❾ 2 2 向上 ❿ $y=\dfrac{1}{5}x^2-\dfrac{8}{5}x+3$ 等

⓫ (1) 由于 $a=1>0$,所以抛物线开口向上,因为 $y=x^2-x+m=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{4m-1}{4}$,其对称轴为直线 $x=\dfrac{1}{2}$,顶点坐标 $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{4m-1}{4}\right)$ (2) 如果它的图像的顶点 $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{4m-1}{4}\right)$ 在 x 轴的上方,即有 $4m-1>0$,可得 $m>\dfrac{1}{4}$,即当 $m>\dfrac{1}{4}$ 时,它的图像的顶点在 x 轴的上方

⓬ 因为二次函数的对称轴 $x=2$,且图像顶点的横坐标为 2,又它在直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 上. 所以 $y=\dfrac{1}{2}\times2+1=2$,因为图像顶点坐标为(2, 2),$-\dfrac{-4m}{2(m^2-2)}=2$. 解得 $m=-1$ 或 $m=2$. 因为最高点在直线上,所以 $m=-1$,即 $y=-x^2+4x+n$ 的顶点为(2, 2),即得 $2=-4+8+n$. 解得 $n=-2$,所以 $y=-x^2+4x-2$

⓭ (1) 因为抛物线经过点(-1, 0),所以 $(-1)^2\cdot a+(-1)+2=0$,解得 $a=-1$,所以抛物线 $y=-x^2+x+2$ 的顶点坐标为 $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{9}{4}\right)$ (2) 根据题意得,$-t^2+t+2=t$,解得 $t=\pm\sqrt{2}$,所以这个抛物线上有两个不动点,坐标分别为 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 和 $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

⓮ (1) 因为点 $A(1, 0)$ 在抛物线 $y=-x^2+5x+n$ 上,所以 $-1+5+n=0$,即有 $n=-4$,则抛物线解析式是 $y=-x^2+5x-4$ (2) 由(1)知,抛物线与 y 轴交点的坐标为 $B(0, -4)$,连结 AB,则 $AB=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$,因为△$PAB$ 为等腰三角形,点 P 在 y 轴正半轴上,① 当 $AB=AP$ 时,$OA\perp BP$,$OP=OB$,所以点 P 的坐标为(0, 4). ② 当 $AB=BP$ 时,$AB=\sqrt{17}$,$BP=\sqrt{17}$,$OP=BP-OB=\sqrt{17}-4$,所以点 P 的坐标为 $(0, \sqrt{17}-4)$. 因此,点 P 的坐标为(0, 4)或 $(0, \sqrt{17}-4)$

26.3(5)　二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

1 D　2 B　3 B

4 C　提示:只有①③是正确的

5 $(1,\ 2)$　6 增大　减小　小　2　7 $y=x^2+3x-4$　8 $y=-4(x-2)^2+3$

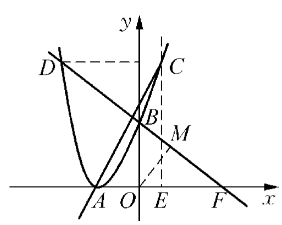
9 ± 4, $\neq \pm 2$　10 2, $\sqrt{3}$

11 (1) 把 $A(2,\ 2)$, $B(5,\ 2)$ 分别代入 $y=x^2+bx+c$,可得 $\begin{cases}4+2b+c=2,\\25+5b+c=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-7,\\c=12\end{cases}$　(2) 由 $b=-7$, $c=12$ 知,$y=x^2-7x+12$.令 $y=0$,即为 $x^2-7x+12=0$,解得 $x_1=3$ 或 $x_2=4$,所以 $C_1(3,\ 0)$ 或 $C_2(4,\ 0)$.　(3) 因为 $A(2,\ 2)$, $B(5,\ 2)$,可得 $AB=|2-5|=3$,且 $\triangle ABC$ 的 AB 上的高 $h=2$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot h=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$

12 (1) $C(0,\ 5)$　(2) $y=-\frac{5}{4}(x+1)(x-4)=-\frac{5}{4}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{125}{16}$,最大值是 $\frac{125}{16}$

13 由 $y=-\frac{3}{2}x+3$,取 $x=0$,得 $y=3$;取 $y=0$,得 $x=2$.所以二次函数图象经过 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$ 三点,把 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$ 分别代入 $y=ax^2+bx+c$,解得 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{5}{2}$, $c=3$,所以所求二次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$

14 (1) 根据题意,画出示意图,过点 C 作 $CE\perp x$ 轴于点 E.因为抛物线上一点 C 的横坐标为 1,且 $AC=3\sqrt{10}$,所以 $C(1,\ n-2m+2)$,其中 $n-2m+2>0$, $OE=1$, $CE=n-2m+2$.因为抛物线的顶点 A 在 x 轴的负半轴上,所以 $A(m,\ 0)$,其中 $m<0$, $OA=-m$, $AE=OE+OA=1-m$.由已知得 $\begin{cases}\Delta=4m^2-4(n+1)=0\cdots ①,\\(1-m)^2+(n-2m+2)^2=(3\sqrt{10})^2\cdots ②,\end{cases}$ 由①得 $n=m^2-1$,



代入②,得 $(m^2-2m+1)^2+(m^2-2m+1)-90=0$,即有 $(m^2-2m+11)(m^2-2m-8)=0$.　可解得 $m_1=4$, $m_2=-2$.因为 $m<0$,所以 $m=-2$,从而 $n=3$.抛物线的关系式为 $y=x^2+4x+4$　(2) 因为直线 DB 经过第一、二、四象限,设直线 DB 交 x 轴的正半轴于点 F,过点 O 作 $OM\perp DB$ 于点 M.因为点 O 到直线 DB 的距离为 $\frac{8}{5}\sqrt{5}$,所以 $OM=\frac{8}{5}\sqrt{5}$.因为抛物线 $y=x^2+4x+4$ 与 y 轴交于点 B,所以 $B(0,\ 4)$,即有 $OB=4$,则 $BM=\sqrt{OB^2-OM^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{8}{5}\sqrt{5}\right)^2}=\frac{4}{5}\sqrt{5}$,因为 $OB\perp OF$, $OM\perp BF$,所以 $\triangle OBM\backsim\triangle FOM$,则 $\frac{OB}{MB}=\frac{FO}{MO}$,即有 $\frac{OB}{\frac{4}{5}\sqrt{5}}=\frac{FO}{\frac{8}{5}\sqrt{5}}$,从而 $OF=2BO=8$,故得 $F(8,\ 0)$.所以直线 BF 的解析式为 $y=$

$-\frac{1}{2}x+4$. 因为点 D 既在抛物线上，又在直线 BF 上，所以$\begin{cases} y=x^2+4x+4, \\ y=-\frac{1}{2}x+4, \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} x_1=-\frac{9}{2}, \\ y_1=\frac{25}{4}, \end{cases}$ 或$\begin{cases} x_2=0, \\ y_2=4, \end{cases}$因为 BD 为直线，所以点 D 与点 B 不重合，即点 D 的坐标为 $\left(-\frac{9}{2},\ \frac{25}{4}\right)$

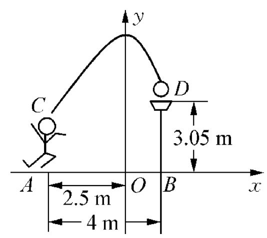
26.3(6)　二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像

1 D　2 B

3 120　提示:设单价应定为每个 x 元,则利润 $=(x-90)[500-10(x-100)]=-10(x-120)^2+900$

4 $\frac{5}{2}$　5 $y=-\frac{1}{8}x^2+2x+1$　16.5

6 (1) 如图,由于 $OA=2.5$, $AB=4$,得 $OB=4-2.5=1.5$. 所以点 D 坐标为(1.5, 3.05). 由于抛物线顶点坐标(0, 3.5),设所求抛物线的关系式为 $y=ax^2+3.5$,把 $D(1.5,\ 3.05)$ 代入上式,得 $3.05=a\times1.5^2+3.5$, 则 $a=-0.2$, $y=-0.2x^2+3.5$　(2) 由 $OA=2.5$, 设 C 点坐标为 $(-2.5,\ m)$, 把 $C(-2.5,\ m)$ 代入 $y=-0.2x^2+3.5$, 得 $m=-0.2\times(-2.5)^2+3.5=2.25$. 该运动员跳离地面高度 $h=m-(1.8+0.25)=2.25-(1.8+0.25)=0.2$(m)



7 (1) 由 $P=\frac{1}{10}x^2+5x+1000$, $Q=-\frac{x}{30}+45$, $W=Qx-P=\left(-\frac{x}{30}+45\right)x-\left(\frac{1}{10}x^2+5x+1000\right)=-\frac{2}{15}x^2+40x-1000$　(2) 由 $W=-\frac{2}{15}x^2+40x-1000=-\frac{2}{15}(x-150)^2+2000$. 由于 $-\frac{2}{15}<0$,因此 W 有最大值. 当 $x=150$ 吨时,利润最多,最大利润为 2000 元. 且此时, $Q=-\frac{x}{30}+45=40$(元)

8 (1) 由 $y=x-2$, $AD=BC=2$,设 C 点坐标为 $(m,\ 2)$,把 $C(m,\ 2)$ 代入 $y=x-2$, $2=m-2$,得 $m=4$,所以 $C(4,\ 2)$, $OB=4$, $OA=4-3=1$, $A(1,\ 0)$, $B(4,\ 0)$, $C(4,\ 2)$, $D(1,\ 2)$　(2) 由 $y=x-2$,令 $x=0$,得 $y=-2$, $E(0,\ -2)$. 设经过 $E(0,\ -2)$, $A(1,\ 0)$, $B(4,\ 0)$ 三点的抛物线解析式为 $y=ax^2+bx+c$,可解得 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-2$　(3) 根据 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-2$,可得顶点为 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{9}{8}\right)$.　由于 $1<\frac{5}{2}<4$,且 $\frac{9}{8}<2$,所以顶点 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{9}{8}\right)$ 在矩形 $ABCD$ 内部

单元测试二十六

1 B 2 D 3 C 4 A 5 C 6 C 7 1 8 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-2$

9 (0，6) (3，0)和(2，0) 10 -2 2 11 1 12 向上 直线 $x=-1$ $(-1,-5)$

13 直线 $x=3$ 14 $a>-\frac{9}{4}$ 且 $a\neq 0$ 15 $y=x^2-2x$ $x=3$ 或 $x=-1$ $x<0$ 或 $x>2$ 16 $y=-\frac{1}{2}x^2+15x$ 17 $-2<x<1$ 18 $y=\frac{2}{9}x^2-\frac{8}{9}x+\frac{35}{9}$

19 (1) 自变量 x 的取值范围为任意实数 (2) $y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(x-3)^2-3$. 由 $a=\frac{1}{2}>0$,得 y 有最小值. 当 $x=3$ 时，$y_{最小值}=-3$,即函数图像最低点的纵坐标为 -3 (3) 由$y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{3}{2}$,令 $y=0$ 得$\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{3}{2}=0$，$x=3\pm\sqrt{6}$,即图像与 x 轴交点的坐标为$(3\pm\sqrt{6}，0)$ (4) 当$x<3$ 时，y 随 x 的增大而减小

20 (1) $y=-18x+660$，$16\leqslant x\leqslant\frac{110}{3}$ (2) 设获得利润为 m，$m=(x-16)\cdot y=(x-16)(-18x+660)=-18x^2+948x-10\,560=-18\left(x-\frac{79}{3}\right)^2+1922$. 由于 $a=-18<0$,所以当 $x=\frac{79}{3}$ 时，m 取最大值,$m=1922$(元)

21 (1) 在给定的直角坐标系中,设最高点为 A,入水点为 B. A 点距水面 $10\frac{2}{3}$ 米,跳台支柱 10 米,所以 A 点的纵坐标为$\frac{2}{3}$. 由题意可得 $O(0，0)$，$B(2，-10)$. 设该抛物线的关系式为 $y=ax^2+bx+c$，把 $O(0，0)$，$B(2，-10)$代入上式,得 $\begin{cases}c=0,\\4a+2b+c=-10,\\\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{2}{3},\\-\frac{b}{2a}>0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{25}{6},\\b=\frac{10}{3},\\c=0,\end{cases}$ 所求抛物线的关系式为 $y=-\frac{25}{6}x^2+\frac{10}{3}x$ (2) 试跳会出现失误，因为当 $x=3\frac{3}{5}-2=\frac{8}{5}$ 时，$y=-\frac{25}{6}\times\left(\frac{8}{5}\right)^2+\frac{10}{3}\times\frac{8}{5}=-\frac{16}{3}$. 此时,运动员距水面的高为 $10-\frac{16}{3}=\frac{14}{3}<5$，所以试跳会出现失误

22 由 $AC=2\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{5}$，$\angle ACB=90^\circ$,得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=$

5. 由 $\angle AOC=\angle ACB=90°$，$\angle CAO=\angle BAC$，$\triangle AOC \backsim \triangle ACB$. $\frac{AC}{AB}=\frac{AO}{AC}$，即$\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{AO}{2\sqrt{5}}$. $AO=4$，$BO=1$. 可得 $A(-4,0)$，$B(1,0)$. 同理可证$\triangle ACO \backsim \triangle CBO$，$\frac{AO}{CO}=\frac{CO}{BO}$，即$\frac{4}{CO}=\frac{CO}{1}$. $CO^2=4$，$CO=2$. 所以 $C(0,-2)$，设二次函数的关系式为 $y=ax^2+bx+c$，把 $A(-4,0)$，$B(1,0)$，$C(0,-2)$ 分别代入上式，得$\begin{cases}16a-4b+c=0,\\ a+b+c=0,\\ c=-2,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=\frac{1}{2},\\ b=\frac{3}{2}\\ c=-2,\end{cases}$，所求二次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2$

23 (1) 以点 O 为原点，射线OC 为 y 轴的正半轴，与射线 CA 平行方向为 x 轴的正半轴建立直角坐标系，设抛物线的函数解析式为 $y=ax^2$，由题意知点 A 的坐标为$(4,8)$，且点 A 在抛物线上，所以 $8=a\times 4^2$，解得 $a=\frac{1}{2}$，故所求抛物线的函数解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2$　(2) 延长 AC，交建筑物造型所在抛物线于点 D，则点 A、D 关于OC 对称. 连结 BD 交OC 于点 P，则点 P 即为所求　(3) 由题意知点 B 的横坐标为 2，且点 B 在抛物线上，所以点 B 的坐标为$(2,2)$. 又知点 A 的坐标为$(4,8)$，所以点 D 的坐标为$(-4,8)$. 设直线 BD 的函数解析式为 $y=kx+b$，则有$\begin{cases}2k+b=2,\\ -4k+b=8,\end{cases}$ 解得 $k=-1$，$b=4$. 故直线 BD 的函数解析式为 $y=-x+4$，再把 $x=0$ 代入 $y=-x+4$，得点 P 的坐标为$(0,4)$. 即两根支柱用料最省时，即点 O、P 之间的距离是 4 米

第二十七章　圆与正多边形

27.1　圆的确定

1 A　2 A　3 B　4 C　5 $>$　$=$　$<$　6 内　上　外　7 无数　垂直平分线　8 外心　中垂线　9 斜边上的中点　10 上　$\frac{5}{3}$

11 $OP=\sqrt{65}>8$，所以点 P 在圆外

12 顶点$(3,4)$，顶点到原点的距离为 5，所以顶点在圆上

13 设交点坐标为$(x, x+1)$，得方程$(x-2)^2+(x+1-3)^2=18$，解得 $x_1=5$，$x_2=-1$. 所以交点坐标为$(5,6)$和$(-1,0)$

14 通过条件求出 $BF=4\sqrt{3}$，$BE=\frac{7}{2}\sqrt{3}$. 连结 AP，当 $BP=AP$ 时，点 A 在圆 P 上，此时$\triangle ABP \backsim \triangle ABF$，求得$BP=AP=\frac{4}{3}\sqrt{3}$. 所以当 $BP>AP$，即 $BP>\frac{4}{3}\sqrt{3}$ 时，点 A 在 $\odot P$

内. 又因为点 E 在圆外，所以 $BP < \frac{1}{2}BE$，即 $BP < \frac{7}{4}\sqrt{3}$. 所以当 $\frac{4}{3}\sqrt{3} < BP < \frac{7}{4}\sqrt{3}$ 时，点 A 在 $\odot P$ 内而点 E 在 $\odot P$ 外

27.2(1)　圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系

❶ B　❷ B　❸ B　❹ B　❺ 弧　弦　直径　半圆　大于半圆的弧　小于半圆的弧　❻ 弦心距　互相垂直　❼ 60　$\overset{\frown}{BC}$和$\overset{\frown}{CD}$　垂直　❽ 110°　❾ 15°

❿ $10 \cdot \sin 50°$

⓫ 连结 AO，BO，因为 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$，所以 $\angle AOE = \angle BOF$，则$\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{BF}$

⓬ 连结 OC，因为 $\text{Rt}\triangle COD \cong \text{Rt}\triangle COE$，所以 $\angle AOC = \angle BOC$，则$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$

⓭ 连结 OE，$\triangle OED$ 为 $\text{Rt}\triangle$，且$OD = \frac{1}{2}OE$，即 $\angle OED = 30°$，所以 $\angle COE = 2\angle EOA$，即$\overset{\frown}{CE} = 2\overset{\frown}{AE}$

⓮ 连结 CO，DO，$\text{Rt}\triangle COM \cong \text{Rt}\triangle DON$，$\angle BOC = \angle AOD$，$\angle BOD = \angle AOC$，$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$

27.2(2)　圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系

❶ D　❷ B　❸ D　❹ D　❺ 同圆　等圆　弦心距

❻ (1) $\angle AOB = \angle COD$　$OE = OF$　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$　(2) $AB = CD$　$\angle AOB = \angle COD$　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$　(3) $AB = CD$　$\angle AOB = \angle COD$　$OE = OF$　(4) $AB = CD$　$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$　$OE = OF$

❼ 3　❽ 65°　❾ 55°　2 cm　❿ $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$

⓫ 连结 OC，可得 $\triangle CDO \cong \triangle CEO$(SAS)，$CD = CE$

⓬ $AD = BC$，$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC}$ 即有$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{DC}$，$AB = DC$

⓭ 易得 $\angle BOC = 30°$，$OB \perp AC$，$BD \perp CO$ 可得 $\angle AKD = 150°$

⓮ 存在，DG 是长度不变的线段. 连结 OC，可得 G 是$\triangle ODC$ 重心，$DG = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times OC = 1$

27.2(3)　圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系

❶ A　❷ C　❸ C　❹ B　❺ 35°　❻ 90°　❼ 3　❽ 50°　❾ 5

❿ $4\sqrt{5}$　⓫ 130°

⓬ 过 O_1、O_2 分别作 $O_1E \perp AD$，$O_2F \perp AD$，则 $\triangle O_1EP \cong \triangle O_2FP$，所以$O_1E = O_2F$，即有 $AB = CD$

⓭ 连结 BD，因为 $AD = BD$，则 $\angle DBA = \angle DAB$，$BD = DC$，即得 $AD = DC$

⑭ 连结 AB、CD，$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=30^\circ$，$AB=BC=CD$，$\angle ABE=\angle AEB=75^\circ$，则可得 $AE=AB$，所以 $AE=BC=FD$

27.3(1) 垂径定理

① A ② D ③ B ④ B ⑤ 过圆心的直线

⑥ MB $\overset{\frown}{BD}$ $\angle CAB=\angle CBA$ $\angle ACM=\angle BCM$

⑦ 5 ⑧ 4 ⑨ $\frac{13}{4}$ ⑩ 6 或 $2\sqrt{21}$

⑪ 过 O 作 $OE\perp AB$，则 $AE=BE$，又因为 $CE=DE$，所以 $AC=BD$ ⑫ 10

⑬ 连结 AB，设 $DO=k$，$AO=5-k$，$BO=2k$，在 Rt$\triangle ABO$ 中，$AO^2+BO^2=AB^2$，即 $(5-k)^2+(2k)^2=25$，所以 $k=2$，则 $D(0,2)$

⑭ 过 O 作 $OH\perp EF$，连结 $OE=2$，$EH=\sqrt{3}$，$OH=1$，因为 $\sin\angle ABC=\frac{OH}{BO}=\frac{1}{3}$，所以 $OB=3$

27.3(2) 垂径定理

① C ② A ③ C ④ B

⑤ (1) $\angle AOD$ $\angle BOD$；$\perp$；$=$ (2) $=$；$\angle AOD$ $\angle BOD$；$\perp$

⑥ $2\sqrt{3}$ ⑦ $\sqrt{10}$ 或 $3\sqrt{10}$ ⑧ 4 和 6 ⑨ 3 ⑩ 30° 或 90° ⑪ 略

⑫ 过 O 作 $OF\perp CD$，$OF=1$，$CF=\sqrt{15}$，所以 $CD=2\sqrt{15}$ ⑬ (1) 16 米 (2) 2 米

⑭ 在 Rt$\triangle AEO$ 中，$AO=r$，$AE=4$，$EO=r-2$，所以 $r=5$，$\triangle AEO\backsim\triangle ADC$，所以 $\frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AO}$，所以 $AD=\frac{32}{5}$ (cm)

27.3(3) 垂径定理

① D ② C ③ B

④ C 提示：设圆心到 AB、CD 的距离分别为 x、y，则 $x^2+y^2=1$，则 $AB^2+CD^2=(2\sqrt{4-x^2})^2+(2\sqrt{4-y^2})^2=32-(x^2+y^2)=28$

⑤ 圆心 O 60° ⑥ 6 ⑦ $\frac{13}{2}$ ⑧ $\frac{3}{5}$ ⑨ 50 ⑩ (1，4)

⑪ 过 O 作 $OE\perp CD$ 交圆 O 于点 E，$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BE}$，$\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{DE}$，所以 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

⑫ 过 C 作 $CD\perp AB$ 于 D，所以 $CD=\frac{3}{4}$，$DB=1$，CD 过圆心，所以 $r^2=\left(r-\frac{3}{4}\right)^2+1^2$，所以 $r=\frac{25}{24}$，所以 $d=2r=\frac{25}{12}\approx 2.1$ m

⑬ 连结 OD 交 AB 于点 E，因为 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$，所以 $OD\perp AB$，因为 $\tan\angle DAB=\frac{1}{2}$，设 $DE=k$，$AE=2k$，Rt$\triangle AEO$ 中，$OA^2=AE^2+OE^2$，所以 $k=2$，则平行四边形 $ABCD$ 的面积为 16

⑭ 连结 CO，因为 CB 垂直平分 PO，所以 $\angle COP=\angle P$，又因为 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，$\angle DOC=\angle P$，所以 $\angle OCD=\angle ODC=2\angle P$，即有 $\angle P=36^\circ$，所以 $\dfrac{CD}{OD}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，则 $CD=2\sqrt{5}-2$

27.4　直线与圆的位置关系

① C　② C　③ C　④ C　⑤ 10　2　相离　⑥ 相交或相切　⑦ $3\sqrt{3}$
⑧ 相离　⑨ 4 cm

⑩ $\dfrac{1}{3}$　提示：$AO=1$，$\triangle AOH\backsim\triangle BMG$，所以 $\dfrac{AO}{AH}=\dfrac{MB}{BG}=\dfrac{1}{3}$，所以 $AH=3$，$BH=1$，因为 $\triangle BHK\backsim\triangle BGM$，所以 $\dfrac{BK}{BH}=\dfrac{1}{3}$，所以 $BK=\dfrac{1}{3}$

⑪ 过 A 作 $AD\perp BC$，因为 $AB=AC$，所以 $\angle BAD=60^\circ$，$BD=2\sqrt{3}$，$AD=2$，所以相切

⑫ 连结 OC，因为 $AO=CO$，所以 $\angle CAO=\angle ACO$，因为翻折，所以 $\angle FAC=\angle CAO=\angle ACO$，所以 $AF\parallel CO$，所以 $\angle OCG=90^\circ$

⑬ (1) 略　(2) $(\sqrt{2},\sqrt{2})$　⑭ (2，5)或(2，1)

27.5(1)　圆与圆的位置关系

① C　② A　③ B　④ D　⑤ 外离　外切　相交　内切　内含　⑥ 圆心距　连心线　⑦ 外切　⑧ 9 cm 或 1 cm　⑨ $1+2\sqrt{2}$

⑩ $3<t<5$ 或 $7<t<9$　提示：第一次外切时 $t=3$，第一次内切时 $t=5$，所以相交时 $3<t<5$；第二次内切时 $t=7$，第二次外切时 $t=9$，所以相交时 $7<t<9$

⑪ 设两圆半径分别为 $5k$ 和 $3k$，所以 $5k-3k=6$，解得 $k=3$，即两圆半径为 15 和 9，当 $d=24=9+15$ 时，两圆外切；当 $d=5<15-9$ 时，两圆内含；当 $15-9<d=20<15+9$ 时，两圆相交；当 $d=0$ 时，两圆为同心圆

⑫ 设三个圆的半径为 x、y、z，所以 $\begin{cases}x+y=6,\\y+z=8,\\z+x=10,\end{cases}$ 所以三个圆的半径分别为 4、2、6

⑬ 连结 OB，在 $\mathrm{Rt}\triangle OCB$ 中，$OC=6$，$BC=8$，则 $OB=10$，两圆的半径和为 10，所以 $\odot O$ 与 $\odot B$ 外切

⑭ 2　提示：设 BQ 中点为 E，AP 中点为 F，过点 E，作 $EH\perp DA$，垂足为 H. ① 当点 P 在点 A 的左侧时，此时 $0\leqslant t\leqslant 9$，$HF=\dfrac{3}{2}t-3$，$EF=9-\dfrac{t}{2}$，$EH=8$，所以在 $\mathrm{Rt}\triangle EFH$ 中，$HF^2+EH^2=EF^2$，解得 $t=2$；② 当点 P 在点 A 的右侧时，此时 $t>9$，$FH=\dfrac{3}{2}t-3$，$EF=\dfrac{3}{2}t-9$，$EH=8$，所以在 $\mathrm{Rt}\triangle EFH$ 中，$HF^2+EH^2=EF^2$，解得 $t=\dfrac{4}{9}<9$，不合题意，舍去. 综上所述，$t=2$

一课一练 Yikeyilian

27.5(2) 圆与圆的位置关系

1 C　2 C　3 B　4 A　5 相交　6 外切　7 $\frac{8}{5}<r<\frac{32}{5}$　8 3或13

9 $\frac{3}{5}$

10 $3-\sqrt{5}<x\leqslant 3$　提示：外切时，圆心距为 $1+2=3$，在 Rt$\triangle OPC$ 中，$OP=3$，$OC=2$，所以 $PC=\sqrt{5}$，所以相交时 AP 的范围为 $3-\sqrt{5}<x\leqslant 3$

11 设 $\odot B$ 的半径为 R，则 $5+R=12$ 或 $|R-5|=12$，所以 $R=7$ 或 $R=17$

12 (1) A 市与台风中心的最短距离为 200 千米，小于 250 千米，所以受影响　(2) 10 小时

13 1或7

14 $\left(\frac{22}{5},\frac{24}{5}\right)$或$\left(-\frac{18}{5},-\frac{6}{5}\right)$或$\left(-\frac{42}{5},-\frac{24}{5}\right)$或$\left(-\frac{2}{5},\frac{6}{5}\right)$　提示：因为两圆相切，所以当两圆外切时，$r_A+3=5$，则 $r_A=2$，当两圆内切时，$|r_A-3|=5$，则 $r_A=8$.　方法一：AC 所在的直线解析式为 $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$，所以可设点 E 的坐标为 $\left(a,\frac{3}{4}a+\frac{3}{2}\right)$，得方程 $(a+2)^2+\left(\frac{3}{4}a+\frac{3}{2}\right)^2=4$ 或 $(a+2)^2+\left(\frac{3}{4}a+\frac{3}{2}\right)^2=64$，所以点 E 坐标为 $\left(-\frac{2}{5},\frac{6}{5}\right)$或$\left(-\frac{18}{5},-\frac{6}{5}\right)$或$\left(\frac{22}{5},\frac{24}{5}\right)$或$\left(-\frac{42}{5},-\frac{24}{5}\right)$.　方法二：过点 E 作 $EH\perp x$ 轴，则 $\triangle ACO\backsim\triangle AEH$，所以$\frac{2}{5}=\frac{EH}{3}=\frac{AH}{4}$或$\frac{8}{5}=\frac{EH}{3}=\frac{AH}{4}$，当 $EH=\frac{6}{5}$，$AH=\frac{8}{5}$ 时，$OH=\frac{18}{5}$或$OH=\frac{2}{5}$，所以点 E 坐标为$\left(-\frac{2}{5},\frac{6}{5}\right)$或$\left(-\frac{18}{5},-\frac{6}{5}\right)$；当 $EH=\frac{24}{5}$，$AH=\frac{32}{5}$ 时，$OH=\frac{22}{5}$ 或 $OH=\frac{42}{5}$，所以点 E 坐标为$\left(\frac{22}{5},\frac{24}{5}\right)$或$\left(-\frac{42}{5},-\frac{24}{5}\right)$

27.5(3) 圆与圆的位置关系

1 B　2 C　3 B　4 D　5 连心线　垂直平分　6 相切　7 $\frac{7}{3}\pi$　8 7

9 9或21

10 $\frac{1}{3}$　提示：连结 OO_3、O_2O_3，设 $\odot O$ 的半径为 R，$\odot O_3$ 的半径为 r，在 Rt$\triangle OO_2O_3$ 中，$OO_2=\frac{R}{2}$，$O_2O_3=\frac{R}{2}+r$，$OO_3=R-r$，所以 $(R-r)^2+\left(\frac{R}{2}\right)^2=\left(\frac{R}{2}+r\right)^2$，解得 $\frac{r}{R}=\frac{1}{3}$

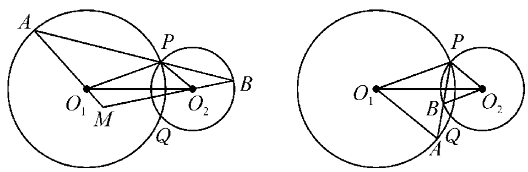
11 因为 $AO_1=AO_2=O_1O_2$，所以 $\triangle AO_1O_2$ 是等边三角形，又 O_1O_2 垂直 AB，所以 $\angle O_1AB=30°$

12 连结 AO_1，设 AB 与 O_1O_2 相交于点 E，所以 $O_1E=4$，$O_2E=2$，过 O_1 作 $O_1F\perp AC$，则 $O_1F=3$，所以 $CA=8$，所以四边形 ACO_1O_2 的面积为 $\frac{(6+8)\times 3}{2}=21$

13 (1) 2　(2) 设 $OQ=x$，则 $PQ=\sqrt{(x-4)^2+4^2}=\sqrt{x^2-8x+32}$. 当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切

时，$PQ=OQ+2$，即$\sqrt{x^2-8x+32}=x+2$，解得$x=\frac{7}{3}$；当$\odot P$与$\odot Q$内切时，$PQ=OQ-2$，即$\sqrt{x^2-8x+32}=x-2$，解得$x=7$. 所以当$OQ=\frac{7}{3}$或7时，$\odot P$与$\odot Q$相切

14 (1) A、P都在$\odot O_1$上，所以$\angle A=\angle APO_1$，同理，$\angle B=\angle BPO_2$，因为AB是直线，$\angle O_1PO_2=120°$，所以$\angle APO_1+\angle O_1PO_2+\angle BPO_2=180°$，所以$\angle APO_1+\angle BPO_2=60°$，即$\angle A+\angle B=60°$，$\angle O_1MO_2=180°-60°=120°$　(2) $\triangle APO_1$与$\triangle BPO_2$相似，且$\triangle APO_1$与$\triangle BPO_2$都是等腰三角形，底角$\angle APO_1=\angle BPO_2$，情形一：当$P$在$A$、$B$之间时，$\angle APO_1=\angle BPO_2=30°$，作$O_1H\perp AB$，$O_2D\perp AB$，所以$AP=2HP$，$BP=2PD$，因为$O_1P=6$，$O_2P=4$，所以$HP=3\sqrt{3}$，$DP=2\sqrt{3}$，所以$AB=10\sqrt{3}$；　情形二：当$P$不在$A$、$B$之间时，$\angle APO_1=\angle BPO_2=60°$，所以$PA=O_1A=6$，$PB=O_2B=4$，所以$AB=2$



第 14 题图

27.6(1)　正多边形与圆

1 A　2 D　3 C　4 C

5 轴对称　各边上的中垂线　过两个对应顶点的直线　边上的中垂线

6 (1) 144°　36°　36°　(2) 150°　30°　30°

7 (1) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$　$\frac{1}{3}\sqrt{3}$　120°　(2) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$　$\frac{3}{2}$　90°　(3) 4　$2\sqrt{3}$　60°

8 60°　9 $\frac{360}{n}$　10 40

11 设外角为x，则$x+3x=180$，解得$x=45$，所以$360\div 45=8$

12 12 cm　$6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　13 可证得$\triangle APE\backsim\triangle BAE$，所以$\frac{AE}{BE}=\frac{EP}{EA}$，所以$EA^2=EP\cdot BE$

14 (1) $\sqrt{3}:\sqrt{3}:2$　(2) $3:4$

27.6(2)　正多边形与圆

1 A　2 A　3 C　4 C　5 半径　边心距　6 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$　$\frac{\sqrt{3}}{6}a$　(2) $\sqrt{2}r$　$\frac{\sqrt{2}}{2}r$　7 轴　8 10　9 $9:16$　10 $S_6>S_4>S_3$　11 略　12 $\sqrt{3}:6:2\sqrt{3}$　13 4　14 $2:1$

单元测试二十七

❶ C ❷ C ❸ C ❹ A ❺ D ❻ B ❼ 64 ❽ 直径 ❾ 过圆心的直线 ❿ 弦及弦所对的两条弧 ⓫ 8 ⓬ 两条弦所对的弦心距 ⓭ 40° ⓮ $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ ⓯ $\overset{\frown}{AD}$ ⓰ 30° ⓱ $6+4\sqrt{3}$ ⓲ $\frac{3}{2}$ ⓳ 略 ⓴ (1) 30° (2) 略

㉑ (1) 80 cm (2) 45°

㉒ (1) 海南省距离台风中心最短路程为 150 千米 $<$ 200 千米，所以会影响 (2) 10 小时

㉓ (1) 在矩形 $ABCD$ 中，因为 $AD\parallel BC$，所以 $\angle APB=\angle DAP$. 又由题意，得 $\angle QAD=\angle DAP$，所以 $\angle APB=\angle QAD$. 又因为 $\angle B=\angle ADQ=90^\circ$，所以 $\triangle ADQ\backsim\triangle PBA$. 所以 $\frac{DQ}{AB}=\frac{AD}{BP}$，即 $\frac{y}{3}=\frac{4}{x+4}$，所以 $y=\frac{12}{x+4}$，定义域为 $x>0$ (2) 不发生变化. 因为 $\angle QAD=\angle DAP$，$\angle ADE=\angle ADQ=90^\circ$，$AD=AD$，所以 $\triangle ADE\cong\triangle ADQ$. 则 $DE=DQ=y$. $S=S_{\triangle AQE}+S_{\triangle PQE}=\frac{1}{2}QE\cdot AD+\frac{1}{2}QE\cdot PC=\frac{48}{x+4}+\frac{12x}{x+4}=12$ (3) 过点 Q 作 $QF\perp AP$ 于点 F. 因为以 4 为半径的 $\odot Q$ 与直线 AP 相切，所以 $QF=4$. 又因为 $S=12$，所以 $AP=6$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABP$ 中，因为 $AB=3$，所以 $\angle BPA=30^\circ$，$\angle PAQ=60^\circ$，所以 $AQ=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. 设 $\odot A$ 的半径为 r. 因为 $\odot A$ 与 $\odot Q$ 相切，所以 $\odot A$ 与 $\odot Q$ 外切或内切. (i) 当 $\odot A$ 与 $\odot Q$ 外切时，$AQ=r+4$，即 $\frac{8\sqrt{3}}{3}=r+4$. 所以 $r=\frac{8\sqrt{3}}{3}-4$. (ii) 当 $\odot A$ 与 $\odot Q$ 内切时，$AQ=r-4$，即 $\frac{8\sqrt{3}}{3}=r-4$. 所以 $r=\frac{8\sqrt{3}}{3}+4$. 综上所述，$\odot A$ 的半径为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}-4$ 或 $\frac{8\sqrt{3}}{3}+4$

第二十八章　统计初步

28.1　数据的整理与表示

❶ B ❷ B ❸ D ❹ D ❺ 折线　条形　扇形 ❻ 6 ❼ (1) 50 (2) 32%

❽ (1) 2004 年至 2010 年，甲校学生参加课外活动的人数比乙校增长得快 (2) 甲校学生参加文体活动的人数比参加科技活动的人数多 (3) $2000\times38\%+1105\times60\%=1423$(人)

❾ (1) 60 (2) 因为 A 出口被调查的游客总人数：$1+3+2.5+2+1.5=10$(万人)，A 出口被调查的游客购买饮料总数：$3\times1+2.5\times2+2\times3+1.5\times4=3+5+6+6=20$(万瓶)，所以 A 出口被调查的游客人均购买饮料数 $=\frac{\text{购买饮料总数}}{\text{总人数}}=\frac{20\text{ 万瓶}}{10\text{ 万人}}=2$(瓶) (3) 设 B 出口人数为 x 万人，则 C 出口人数为 $(x+2)$ 万人，则有 $3x+2(x+2)=49$，解得 $x=9$. 所以 B 出口游客人数为 9 万人

❿ (1) 228 (2) 1000 (3) 82.75

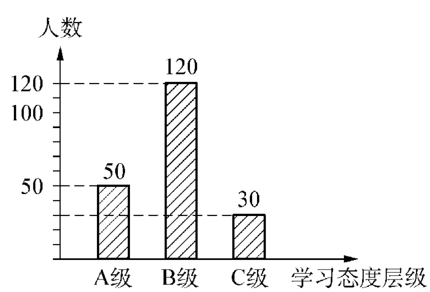
28.2　统计的意义

1 D　2 D　3 A　4 B　5 普查　抽样调查　6 500　7 9.5 万

8 3000　9 360　10 200

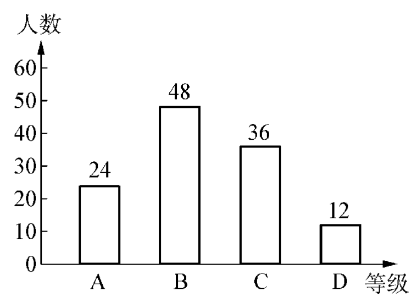
11 （1）200　（2）$200-120-50=30$（人）　（3）C 级所占圆心角度数 $=360^\circ\times(1-25\%-60\%)=54^\circ$　（4）$20\,000\times(25\%+60\%)=17000$，则估计该区初中生中大约有 17000 名学生学习态度达标

12 （1）因为 A 级人数为 24 人，在扇形图中所占比例为 20%，所以这次抽取的样本的容量为：$24\div20\%=120$　（2）根据 C 级在扇形图中所占比例为 30%，得出 C 级人数为 $120\times30\%=36$ 人，则 D 级人数为 $120-36-24-48=12$ 人. 补充条形统计图如图所示　（3）由于 A 级和 B 级作品在样本中所占比例为 $(24+48)\div120\times100\%=60\%$，因此该校这次活动共收到参赛作品 750 份，参赛作品达到 B 级以上有 $750\times60\%=450$ 份



第 11 题图

分析结果的条形统计图



第 12 题图

13 （1）这样抽查是不合适的，没有普遍代表性. 虽然调查的人数很多，但是因为排除了所在地区那些不是中学生的家长的职工，所以调查结果不能推广到所在地区的所有职工的收入状况　（2）如果这是普通的一周，表中的统计结果将对该店的管理人员的决策有用. 因为这些数据可以帮助管理人员进行原料预算、安排服务人员、设施准备，从而提高服务质量，减少浪费. 如果是特殊的一周（如有特别会议），那么表中的数字没有多大参考价值

28.3(1)　表示一组数据平均水平的量

1 B　2 C　3 C　4 D　5 9　6 25　7 7　8 22

9 （1）$a=50-15-20-5=10$　（2）平均数：为 $\frac{1}{50}(5\times10+10\times15+15\times20+20\times5)=12.$

10 甲山上 4 棵树的产量分别为：50 千克、36 千克、40 千克、34 千克，所以甲山产量的样本平均数为 $\bar{x}=\frac{50+36+40+34}{4}=40$ 千克；乙山上 4 棵树的产量分别为：36 千克、40 千克、48 千克、36 千克，所以乙山产量的样本平均数为 $\bar{x}=\frac{36+40+48+36}{4}=40$ 千克；甲乙两山杨梅的产量总和为：$2\times100\times98\%\times40=7840$ 千克

⑪ (1) 小明演讲答辩分数的众数是 94 分，民主测评为“良好”票数的扇形的圆心角度数是 $(1-10\%-70\%)\times 360°=72°$ (2) 演讲答辩分：$(95+94+92+90+94)\div 5=93$，民主测评分：$50\times 70\%\times 2+50\times 20\%\times 1=80$，所以，小明的综合得分：$93\times 0.4+80\times 0.6=85.2$ (3) 设小亮的演讲答辩得分为 x 分，根据题意，得 $82\times 0.6+0.4x\geqslant 85.2$，解得 $x\geqslant 90$，所以小亮的演讲答辩得分至少要 90 分

28.3(2) 表示一组数据平均水平的量

① B ② C ③ A ④ B ⑤ 1 ⑥ 90 90

⑦ 20 捐 100 元的人数占全班总人数的 25%，则捐款的总人数为 $15\div 25\%=60$ 人，则由图可知，捐 20 元的为 $60-20-10-15=15$ 人，将捐款人按捐款数从少到多排列，则中位数为 20

⑧ 安全 2004 年满意度统计选项总和不到 100%

⑨ (1) 这 15 名学生家庭年收入的平均数是：$(2+2.5\times 3+3\times 5+4\times 2+5\times 2+9+13)\div 15=4.3$ 万元. 将这 15 个数据从小到大排列，最中间的数(第 8 个)是 3，所以中位数是 3 万元. 在这一组数据中 3 出现次数最多的 3，所以众数 3 万元 (2) 答案不唯一. 如众数代表这 15 名学生家庭年收入的一般水平较为合适，因为 3 出现的次数最多，所以能代表家庭年收入的一般水平

⑩ (1) 3 5 (2) 26 25 24 (3) 不能，因为此时众数 26 万元 $>$ 中位数 25 万元.(或：因为从统计表中可知 20 名营业员中，只有 9 名达到或超过目标，不到半数)

⑪ (1) 设捐 15 元的人数为 $5x$，则根据题意捐 20 元的人数为 $8x$. 所以 $5x+8x=39$，所以 $x=3$，所以一共调查了 $3x+4x+5x+8x+2x=66$(人)，所以捐款数不少于 20 元的概率是 $\frac{30}{66}=\frac{5}{11}$ (2) 由(1)可知，这组数据的众数是 20(元)，中位数是 15(元) (3) 全校学生共捐款 $(9\times 5+12\times 10+15\times 15+24\times 20+6\times 30)\div 66\times 2310=36\,750$(元)

⑫ (1) 平均数为 $(163+171+173+159+161+174+164+166+169+164)\div 10=166.4$(cm)，中位数为 $\frac{166+164}{2}=165$ cm，众数为 164 cm (2) 选平均数作为标准：身高 x 满足：$166.4\times(1-2\%)\leqslant x\leqslant 166.4\times(1+2\%)$，即 $163.072\leqslant x\leqslant 169.728$ 时为“普通身高”，此时⑦⑧⑨⑩男生的身高具有“普通身高”. 选中位数作为标准：身高 x 满足：$165\times(1-2\%)\leqslant x\leqslant 165\times(1+2\%)$，即 $161.7\leqslant x\leqslant 168.3$ 时为“普通身高”，此时①⑦⑧⑩男生的身高具有“普通身高”. 选众数作为标准，身高 x 满足 $164\times(1-2\%)\leqslant x\leqslant 164\times(1+2\%)$，即 $160.72\leqslant x\leqslant 167.28$ 时为“普通身高”，此时①⑤⑦⑧⑩男生的身高具有“普通身高”

(3) 以平均数作为标准，估计全年级男生中具有“普通身高”的人数约为：$280\times\frac{4}{10}=112$(人)；以中位数作为标准，估计全年级男生中具有“普通身高”的人数约为 $280\times\frac{4}{10}=112$(人). 以众数作为标准，估计全年级男生中具有“普通身高”的人数约为 $280\times\frac{5}{10}=140$(人)

28.4(1)　表示一组数据波动程度的量

1 D　2 D　3 D　4 A　5 2　4　6 7.5　7 5　2　8 乙　9 小李

10 (1) $\overline{x}_{甲}=4$, $\overline{x}_{乙}=4$,所以甲、乙两种计算器平均每天各销售 4 个　(2) $S_{甲}^2=\frac{1}{7}[(3-\overline{x}_{甲})^2+(4-\overline{x}_{甲})^2+\cdots+(5-\overline{x}_{甲})^2]=\frac{4}{7}$, $S_{乙}^2=\frac{1}{7}[(4-\overline{x}_{乙})^2+(3-\overline{x}_{乙})^2+\cdots+(6-\overline{x}_{乙})^2]=\frac{8}{7}$. 因为 $S_{甲}^2<S_{乙}^2$,所以甲种计算器销售更稳定些

11 (1) 9　9　(2) $S_{甲}^2=\frac{1}{6}[(10-9)^2+(8-9)^2+(9-9)^2+(8-9)^2+(10-9)^2+(9-9)^2]=\frac{1}{6}(1+1+0+1+1+0)=\frac{2}{3}$, $S_{乙}^2=\frac{1}{6}[(10-9)^2+(7-9)^2+(10-9)^2+(10-9)^2+(9-9)^2+(8-9)^2]=\frac{1}{6}(1+4+1+1+0+1)=\frac{4}{3}$　(3) 推荐甲参加全国比赛更合适,理由如下:两人的平均成绩相等,说明实力相当;但甲的六次测试成绩的方差比乙小,说明甲发挥较为稳定,故推荐甲参加比赛更合适

12 (1) 姚明在对阵“超音速”队的四场比赛中,平均每场得分为 $\overline{x}_1=25.25$,姚明在对阵“快船”队的四场比赛中,平均每场得分为 $\overline{x}_2=23.25$　(2) 姚明在对阵“超音速”队的四场比赛中得分的方差为 $S_1^2=6.6875$,姚明在对阵“快船”队的四场比赛中得分的方差为 $S_2^2=19.1875$. 因为 $S_1^2<S_2^2$,所以姚明在对阵“超音速”的比赛中发挥更稳定　(3) 姚明在对阵“超音速”队的四场比赛中的综合得分为: $p_1=25.25\times1+11\times1.5+2\times(-1.5)=38.75$,姚明在对阵“快船”队的四场比赛中的综合得分为: $p_2=23.25\times1+\frac{51}{4}\times1.5+2\times(-1.5)=39.375$,因为 $p_1<p_2$,所以姚明在对阵“快船”队的比赛中表现更好

28.4(2)　表示一组数据波动程度的量

1 A　2 D　3 B　4 B　5 $3x-2$　$9S^2$　6 8　8　2

7 下午　因为下午温度的方差小于上午温度的方差　8 乙　9

植株编号	1	2	3	4	5
甲种苗高	7	5	4	5	8
乙种苗高	6	4	5	6	5

因为$\overline{x}_{甲}=5.8$, $\overline{x}_{乙}=5.2$,所以甲种水稻比乙种水稻长得更高一些. 因为 $S_{甲}^2=2.16$, $S_{乙}^2=0.56$,所以乙种水稻比甲种水稻长得更整齐一些

10 (1) 王亮的平均数是 7,方差是 0.4,李刚的众数是 7　(2) 两人的平均数、众数相同,从方差上看,王亮投篮成绩的方差小于李刚投篮成绩的方差. 王亮的成绩较稳定　(3) 选王亮的理由是成绩较稳定,选李刚的理由是他具有发展潜力,李刚越到后面投中个数越多.(任选

一课一练 Yikeyilian

一个均可）

11 （1）数学考试成绩的平均分 $\overline{x}_{数学}=\frac{1}{5}(71+72+69+68+70)=70$，英语考试成绩的标准差

$$S_{英语}=\sqrt{\frac{1}{5}[(88-85)^2+(82-85)^2+(94-85)^2+(85-85)^2+(76-85)^2]}$$
$$=6$$

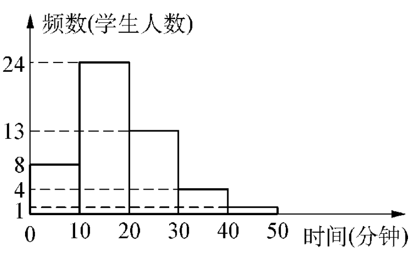
（2）设 A 同学数学考试成绩标准分为 $P_{数学}$，英语考试成绩标准分为 $P_{英语}$，则 $P_{数学}=(71-70)\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$P_{英语}=(88-85)\div 6=\frac{1}{2}$. 因为 $P_{数学}>P_{英语}$，所以从标准分来看，A 同学数学比英语考得更好

28.5(1) 表示一组数据分布的量

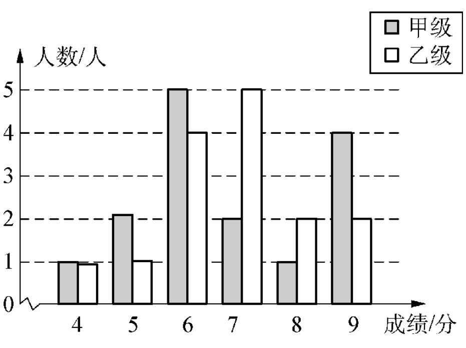
1 D **2** C **3** C **4** 27 **5** 60 65 **6** 18 **7** 0.2 千克 1.05

8 （1）100 （2）1500 （3）根据题意得：$1000\times\frac{35+30+10}{100}=750$(人)

9 （1）此次调查的总体是：班上 50 名学生上学路上花费的时间的全体 （2）补全图形，如图所示 （3）该班学生上学路上花费时间在 30 分钟以上的有 5 人，总共有 50 人，$5\div 50=0.1=10\%$



第 9 题(2)图



第 10 题(1)图

10 （1）根据测试成绩表，补全统计图如图

因为甲组平均分 $(4\times 1+5\times 2+6\times 5+7\times 2+8\times 1+9\times 4)\div 15=6.8$，乙组中位数是第 8 个数，是 7. 所以补全分析表：

统计量	平均分	方差	中位数	合格率	优秀率
甲组	6.8	2.56	6	80.0%	26.7%
乙组	6.8	1.76	7	86.7%	13.3%

（2）理由 1：甲乙两组平均数一样，乙组的方差低于甲组，说明乙组成绩比甲组稳定，所以乙组

成绩好于甲组.理由 2:乙组成绩的合格率高于甲组成绩的合格率,所以乙组成绩好于甲组

28.5(2)　表示一组数据分布的量

1 D　2 A　3 D　4 20%　5 0.3　6 0.4　12　7 75%

8 (1) 20　8　0.4　0.16　(2) 57.6　(3) 由上表可知达到优秀和良好的共有 $19+20=39$ 人,$500\times\frac{39}{50}=390$ 人

9 (1) 60　0.15　(图略)　(2) C　(3) $0.8\times10\,440=8352$(名)

10 (1) 第二组的频率为 $0.12-0.04=0.08$,又第二组的人数为 12 人,故总人数为 $\frac{12}{0.08}=150$(人),即这次共抽取了 150 名学生的一分钟跳绳测试成绩　(2) 第一组人数为 $150\times0.04=6$(人),第三组人数为 51 人,第四组人数为 45 人,这次测试的优秀率为 $\frac{150-6-12-51-45}{150}\times100\%=24\%$　(3)成绩为 120 次的学生至少有 7 人

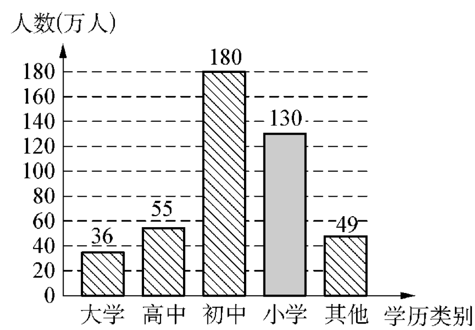
28.6　统计实习

1 C　2 D　3 A　4 144　5 2　6 7　7 20

8 (1)$450-36-55-180-49=130$(万人),条形统计图补充如下图所示.

(2) $\frac{55-400\times(1-38\%-32\%-17\%-3\%)}{400\times(1-38\%-32\%-17\%-3\%)}\times100\%=\frac{15}{40}\times100\%=37.5\%$

第六次人口普查中某市常住人口
学历状况条形统计图



9 (1) 36　(2) 60　14　(3) $45\%\times60=27$

10 134　134.5　135　1.8.评价:①从众数看,甲班每分钟输入 135 字的人最多,乙班每分钟输入 134 字的人最多;②从中位数看,甲班每分钟输入 135 字以上的人数比乙班多;③从方差看,$S_{甲}^2<S_{乙}^2$,甲班成绩波动小,比较稳定;④从最好成绩看,乙班速度最快的选手比甲班多 1 人

单元测试二十八

1 A　2 B　3 C　4 C　5 C

6 D　提示：$\begin{cases} x+y=20, \\ (x-10)^2+(y-10)^2=8 \end{cases}$

7 500　**8** $\sqrt{2}$　**9** 10　**10** 1　**11** 乙　**12** 187　**13** 5　0.1

14 $154.5 \leqslant \overline{x} < 159.5$　　提示：$\frac{1}{50}(140\times3+145\times6+150\times9+155\times16+160\times9+165\times5+170\times2)=154.5$；$\frac{1}{50}(145\times3+150\times6+155\times9+160\times16+165\times9+170\times5+175\times2)=159.5$

15 (1) $\overline{x}=\frac{1}{6}(0+1-2+0+2-1)+50=50$，中位数为$\frac{50+50}{2}=50$，众数为 50

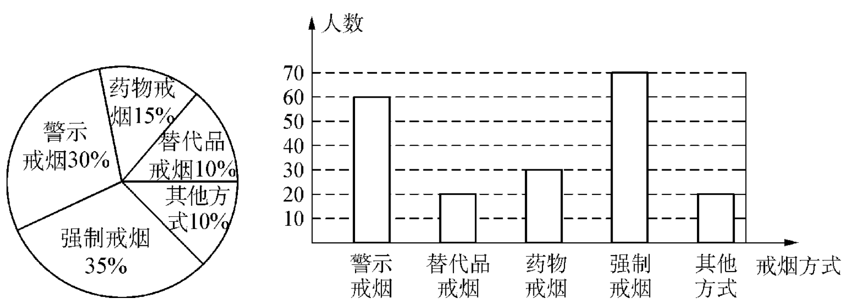
(2) 20%

16 甲、乙两人射击成绩的平均成绩分别为 $\overline{x}_{甲}=\frac{1}{5}(7\times2+8\times2+10\times1)=8$，$\overline{x}_{乙}=\frac{1}{5}(7\times1+8\times3+9\times1)=8$，$S^2_{甲}=\frac{1}{5}[2(7-8)^2+2(8-8)^2+(10-8)^2]=1.2$，$S^2_{乙}=\frac{1}{5}[(7-8)^2+3(8-8)^2+(9-8)^2]=0.4$，因为 $S^2_{甲}>S^2_{乙}$，所以乙同学的射击成绩比较稳定

17 (1) 不合格　合格　(2) 75%　25%　(3) 240　(4) 合理，该样本是随机样本(或该样本具有代表性)

18 (1) 这次调查中同学们调查的总人数为 $20\div10\%=200$(人)　(2) 统计图如图

(3) 以上五种戒烟方式人数的众数是 20



第 18 题(2)图

19 (1) $20\div0.1=200$，$a=200-20-40-70-10=60$，$b=10\div200=0.05$　(2) 由题意可知：中位数在 $4.6\leqslant x<4.9$，所以甲同学的视力情况为 $4.6\leqslant x<4.9$　(3) 视力正常的人数占被统计人数的百分比是 $\frac{(60+10)}{200}\times100\%=35\%$，估计全市初中毕业生中视力正常的学生有 $50\,000\times35\%=17\,500$(人)